

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Андрей Драгомирович Хлутков
Должность: директор
Дата подписания: 27.08.2023 18:43:27
Уникальный программный ключ:
880f7c07c583b07b775f6604a630281b19ca9b2

Приложение 6 ОП ВО

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
СЕВЕРО-ЗАПАДНЫЙ ИНСТИТУТ УПРАВЛЕНИЯ – филиал РАНХиГС
ФАКУЛЬТЕТ ЭКОНОМИКИ и ФИНАНСОВ**
(наименование структурного подразделения (института/факультета/филиала))
Кафедра экономики
(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕНО

Директор СЗИУ РАНХиГС
Хлутков А.Д.

**ПРОГРАММА БАКАЛАВРИАТА
Финансы и кредит
Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения»
(индекс, наименование дисциплины (модуля), в соответствии с учебным планом)
Реализуемой без применения электронного(онлайн)курса
38.03.01 Экономика
(код, наименование направления подготовки (специальности))**

Очная/очно-заочная
(форма(ы) обучения)

Год набора: 2023

Санкт-Петербург, 2022 г.

Автор–составитель: *(использована типовая программа РАНХиГС, составитель старший преподаватель кафедры «Фондовые рынки и финансовый инжиниринг» Чабан А.Н.)*
(ученая степень и(или) ученое звание, должность) (наименование кафедры) (Ф.И.О.)

Заведующий кафедрой экономики, д.э.н., профессор Мисько Олег Николаевич (наименование кафедры) (ученая степень и(или) ученое звание) (Ф.И.О.)

РПД Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» одобрена на заседании кафедры экономики. Протокол от 27 сентября 2022 года № 2.

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание и структура дисциплины
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся
5. Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине
6. Методические материалы для освоения дисциплины
7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
 - 7.1. Основная литература
 - 7.2. Дополнительная литература
 - 7.3. Нормативные правовые документы и иная правовая информация
 - 7.4. Интернет-ресурсы
 - 7.5. Иные источники
8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код компонента компетенции	Наименование компонента компетенции
ПКр ОС II – 1	Способен использовать методы решений дифференциальных уравнений для решения прикладных задач	ПКр ОС II –1.1	Способен использовать дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов
		ПКр ОС II –1.2	Способен использовать методы решений дифференциальных уравнений для решения прикладных задач

1.1.В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
ПКр ОС II –1.1 Использует дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов ПКр ОС II –1.2 Использует методы решений дифференциальных уравнений для решения прикладных задач	на уровне знаний: Основы дифференциальных уравнений для расчета и анализа современной системы показателей, характеризующих экономическую деятельность хозяйствующих субъектов
	на уровне умений: Осуществлять выбор инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.
	на уровне навыков: Владение методологией экономического исследования деятельности организации на основе данных бухгалтерской отчетности.

2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Объем дисциплины

Общий объем дисциплины – 2 з.е., 72 ак. ч., 54 астр.ч.

Количество астрономических и соответствующих им академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем по очной форме обучения –

32 ак.ч. (24 астр.ч.), в том числе 16 ак.ч. (12 астр.ч.) лекций и 16 ак.ч (12 астр.ч) семинарских занятий; на самостоятельную работу обучающихся – 40 ак.ч. (30 астр.ч.).

По очно-заочной форме обучения количество астрономических и соответствующих им академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем – 24 ак.ч. (18 астр.ч.), в том числе 12 ак.ч. (9 астр.ч.) лекций и 12 ак.ч (9 астр.ч) семинарских занятий; на самостоятельную работу обучающихся – 48 (36 астр.ч).

Дисциплина реализуется с применением дистанционных образовательных технологий (далее – ДОТ).

Вид работы	Трудоемкость
	очная / очно-заочная формы обучения
Общая трудоемкость	72
Аудиторная работа	32/24
Лекции	16/12
Практические занятия	16/12
Самостоятельная работа	40/48
Контроль самостоятельной работы	
Консультация	
Вид итогового контроля	зачет

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» изучается на 1 курсе во 2 семестре для студентов очной и очно-заочной ф/о.

Освоение дисциплины Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» опирается на минимально необходимый объем теоретических знаний, полученных в ходе изучения дисциплин Б1.О.02 «Математический анализ», Б1.О.03 «Алгебра», а также на приобретенные ранее умения и навыки в области базового курса, полученных в средних образовательных учреждениях.

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом – зачет.

Доступ к системе дистанционных образовательных технологий осуществляется каждым обучающимся самостоятельно с любого устройства на портале: <https://lms.ranepa.ru/>. Пароль и логин к личному кабинету / профилю предоставляется студенту в деканате.

Все формы текущего контроля, проводимые в системе дистанционного обучения, оцениваются в системе дистанционного обучения. Доступ к видео и материалам лекций предоставляется в течение всего семестра. Доступ к каждому виду работ и количество по-

пытков на выполнение задания предоставляется на ограниченное время согласно регламенту дисциплины, опубликованному в СДО. Преподаватель оценивает выполненные обучающимся работы не позднее 10 рабочих дней после окончания срока выполнения.

3. Содержание и структура дисциплины

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, ак. час./ час.					СР	Форма текущего контроля успеваемости**, промежуточной аттестации***
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий					
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 1	Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка.	8	2		2		4	К, Кол
Тема 2	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.	8	2		2		4	К, Кол
Тема 3	Системы линейных дифференциальных уравнений.	8	2		2		4	К, Кол
Тема 4	Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений.	10	2		2		6	К, Кол
Тема 5	Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка.	8	2		2		4	К, Кол
Тема 6	Линейные разностные уравнения второго порядка.	10	2		2		6	К, Кол
Тема 7	Системы линейных разностных уравнений.	10	2		2		6	К, Кол
Тема 8	Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений.	10	2		2		6	К, Кол
Промежуточная аттестация								За
Всего:		72	16		16		40	

** – формы текущего контроля успеваемости: контрольная работа (К), коллоквиум (Кол).

*** - формы промежуточной аттестации: зачет (За).

Очно-заочная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, ак. час./ час.					СР	Форма текущего контроля успеваемости**, промежуточной аттестации***
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий					
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		

Тема 1	Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка.	9	2		2		5	<i>К, Кол</i>
Тема 2	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.	9	1		1		7	<i>К, Кол</i>
Тема 3	Системы линейных дифференциальных уравнений.	9	1		1		7	<i>К, Кол</i>
Тема 4	Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений.	9	2		2		5	<i>К, Кол</i>
Тема 5	Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка.	9	2		2		5	<i>К, Кол</i>
Тема 6	Линейные разностные уравнения второго порядка.	9	1		1		7	<i>К, Кол</i>
Тема 7	Системы линейных разностных уравнений.	9	1		1		7	<i>К, Кол</i>
Тема 8	Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений.	9	2		2		5	<i>К, Кол</i>
Промежуточная аттестация								<i>За</i>
Всего:		72	12		12		48	

Содержание дисциплины

Тема 1. Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме). Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах). Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Уравнение Бернулли.

Тема 2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.

Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме). Методы понижения порядка дифференциальных уравнений. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Ме-

тоды нахождения частных решений неоднородного уравнения.

Тема 3. Системы линейных дифференциальных уравнений.

Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений). Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение). Структура общего решения линейной неоднородной системы. Вариация постоянных. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Тема 4. Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений.

Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы). Устойчивые и неустойчивые положения равновесия. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению.

Тема 5. Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка.

Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой). Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).

Тема 6. Линейные разностные уравнения второго порядка.

Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.

Тема 7. Системы линейных разностных уравнений.

Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия). Решение подстановкой. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение). Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейной

неоднородной системы. Частные решения.

Тема 8. Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений.

Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

4.1. В ходе реализации дисциплины Б1.В.01 Дифференциальные и разностные уравнения используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

Тема (раздел)	Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1. Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка.	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 3. Системы линейных дифференциальных уравнений.	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 4. Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений.	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 5. Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка.	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2
Тема 6. Линейные разностные уравнения второго порядка.	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2
Тема 7. Системы линейных разностных уравнений.	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2
Тема 8. Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений.	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2

4.2. Типовые материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

Типовые оценочные материалы по теме 1 «Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка»

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию: $y' = \frac{y-2}{x+3}, y(1) = 2$
2. Найти общее решение: $\frac{x^2 + y^2}{xy} = y'$
3. Найти общее решение: $(4x^3 + 6xy^2)dx + (6x^2y + e^y)dy = 0$

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).
2. Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах).
3. Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Уравнение Бернулли..

Типовые оценочные материалы по теме 2 «Линейные дифференциальные уравнения второго порядка»

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Найти общее решение: $y''' + 5y'' + 4y' = 0$
2. Найти общее решение: $y'' - 2y' = 2x - 8$
3. Найти общее решение: $y'' + 4y' + 5y = 40\cos 3x$

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме). Методы понижения порядка дифференциальных уравнений. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка.
2. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.
3. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.

Типовые оценочные материалы по теме 3 «Системы линейных дифференциальных уравнений»

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Методом исключения найти общее решение системы ($y = y(x), z = z(x)$):

$$\begin{cases} y' = 1 + 4x - 2y - 4z, \\ z' = \frac{3}{2}x^2 - y + z. \end{cases}$$

2. Найти общее решение системы:
$$\begin{cases} \dot{x} = x - y + z, \\ \dot{y} = x + y - z, \\ \dot{z} = 2x - y. \end{cases}$$

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений).

2. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).

3. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Вариация постоянных. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами..

Типовые оценочные материалы по теме 4 «Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений»

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Найти положения равновесия и исследовать их на устойчивость:
$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -x^3 \end{cases}$$

2. Определить тип особой точки и нарисовать траекторию на плоскости (x, y):

$$\begin{cases} \dot{x} = y + x - 4 \\ \dot{y} = 3y - x \end{cases}$$

3. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение:

$$\begin{cases} \dot{x} = e^{x+2y} - \cos 3x \\ \dot{y} = \sqrt{4+8x} - 2e^y \end{cases}$$

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы). Устойчивые и неустойчивые положения равновесия.

2. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.

3. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению..

Типовые оценочные материалы по теме 5 «Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка»

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Решить разностное линейное уравнение первого порядка:

$$y(k+1) = \frac{k+2}{k+1}y(k) + \frac{2}{k+3}$$

2. Решить линейное разностное стационарное уравнение первого порядка:

$$y(k+1) + 2y(k) = 3k^2 + 2k - 2$$

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой).

2. Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).

Типовые оценочные материалы по теме 6 «Линейные разностные уравнения второго порядка»

Варианты заданий контрольной работы №2

1. Решить линейное однородное разностное стационарное уравнение второго порядка:

$$y(k+2) + y(k+1) - 2y(k) = 0$$

2. Решить линейное неоднородное разностное стационарное уравнение

второго порядка: $y(k+2) - y(k) = \cos k$

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.

2. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.

3. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.

Типовые оценочные материалы по теме 7 «Системы линейных разностных уравнений»

Варианты заданий контрольной работы №2

1. Решить линейную однородную стационарную систему разностных уравнений второ-

го порядка:
$$\begin{cases} x(k+1) = -6x(k) + 8y(k), \\ y(k+1) = -4x(k) + 6y(k). \end{cases}$$

2. Решить линейную неоднородную стационарную систему разностных уравнений:

$$\begin{cases} x(k+1) = -2x(k) - y(k) + 7k - 1, \\ y(k+1) = -4x(k) - 5y(k) + 2. \end{cases}$$

3. Найти решение разностной задачи Коши:
$$\begin{cases} x(k+1) = 3x(k) + y(k) + 2k + 2, \\ y(k+1) = 2x(k) + 4y(k) + 2k + 1, \\ x(0) = y(0) = 0. \end{cases}$$

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия).
2. Решение подстановкой.
3. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).
4. Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.
5. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения..

Типовые оценочные материалы по теме 8 «Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений»

Варианты заданий контрольной работы №2

1. Исследовать устойчивость положений равновесия нелинейных систем разностных

$$\text{уравнений: } \begin{cases} x(k+1) = x(k) - 4y(k) + 2x(k)y(k) - 8, \\ y(k+1) = y(k) + 4y^2(k) - x^2(k). \end{cases}$$

2. Исследовать ограниченность решений системы разностных уравнений:

$$\begin{cases} x(k+1) = -\frac{1}{2}y(k) + \cos k, \\ y(k+1) = y(k) + y(k) + \sin k. \end{cases}$$

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы.
2. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

5. Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине

5.1 Зачет проводится с применением следующих методов (средств):

Формой промежуточного контроля после изучения дисциплины является зачет в письменной форме.

Ответственным этапом учебного процесса является сдача промежуточная аттестация. Бесспорным фактором успешного завершения очередного семестра является кропотливая, систематическая работа студента в течение всего семестра. В этом случае подготовка к промежуточной аттестации будет являться концентрированной систематизацией всех полученных знаний по данной дисциплине.

В начале семестра рекомендуется по всем изучаемым предметам получить вопросы к промежуточной аттестации, а также использовать в процессе обучения программу, другие методические материалы, разработанные по данной дисциплине.

При подготовке к промежуточной аттестации конструктивным является коллективное обсуждение выносимых на экзамен вопросов с сокурсниками, что позволяет повысить степень систематизации и углубления знаний.

Перед последним семинаром по предмету следует составить список вопросов, требующих дополнительного разъяснения преподавателем на консультации перед промежуточной аттестацией.

При реализации промежуточной аттестации в ЭО/ДОТ могут быть использованы следующие формы:

1. Устно в ДОТ - в форме устного ответа на теоретические вопросы и решения задачи (кейса).
2. Письменно в СДО с прокторингом - в форме письменного ответа на теоретические вопросы и решения задачи (кейса).
3. Тестирование в СДО с прокторингом.

5.2. Оценочные материалы промежуточной аттестации

Код компонента компетенции	Промежуточный/ключевой индикатор оценивания	Критерий оценивания
ПКр ОС II –1.1 Способен использовать дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов	Способен применять дифференциальные уравнения как инструмент математического описания естественно-научной картины мира, классифицировать дифференциальные уравнения и выбирать методы их решения.	Классифицирует дифференциальные уравнения и применяет необходимые методы для их решения; способен построить и решить математические модели экономической природы посредством дифференциальных уравнений
ПКр ОС II –1.2 Способен использовать методы решений дифферен-		

Типовые оценочные материалы промежуточной аттестации

Список вопросов для подготовки к зачету

1. Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями.
2. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).
3. Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах).
4. Линейное уравнение первого порядка.
5. Метод вариации постоянной.
6. Уравнение Бернулли.
7. Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме).
8. Методы понижения порядка дифференциальных уравнений.
9. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка.
10. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
11. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.
12. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.
13. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений).
14. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).
15. Структура общего решения линейной неоднородной системы.
16. Вариация постоянных.
17. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами..
18. Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы).
19. Устойчивые и неустойчивые положения равновесия.

20. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.
21. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению.
22. Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой).
23. Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).
24. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.
25. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.
26. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.
27. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия).
28. Решение подстановкой.
29. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).
30. Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.
31. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения.
32. Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы.
33. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

Примерные варианты экзаменационных билетов

Экзаменационный билет №1

по дисциплине «Дифференциальные и разностные уравнения»

1. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).
2. Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.
3. Найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию: $y' = \frac{y-2}{x+3}, y(1) = 2$

4. Решить разностное линейное уравнение первого порядка: $y(k + 1) = \frac{k+2}{k+1}y(k) + \frac{2}{k+3}$

Экзаменационный билет №2

по дисциплине «Дифференциальные и разностные уравнения»

1. . Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.
2. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.
3. Методом исключения найти общее решение системы $(y = y(x), z = z(x))$:

$$\begin{cases} y' = 1 + 4x - 2y - 4z, \\ z' = \frac{3}{2}x^2 - y + z. \end{cases}$$

4. Решить линейное разностное стационарное уравнение первого порядка:

$$y(k + 1) + 2y(k) = 3k^2 + 2k - 2$$

Шкала оценивания

Критерии оценивания	Оценка
Демонстрирует знание материала, логически правильно излагает ответы на вопросы; имеет навык правильного выбора и использования методов оптимальных решений для разработки проектов на основе оценки ресурсов и ограничений.	Зачет
Демонстрирует не знание большей части учебного материала, допускает грубые ошибки в определении понятий и при решении задач; не умеет выбирать и использовать методы оптимальных решений для разработки проектов на основе оценки ресурсов и ограничений.	Не зачет

0-50	незачтено
51-100	зачтено

Процедура проведения зачета

Аттестационные испытания проводятся преподавателем, ведущим лекционные занятия по данной дисциплине.

Во время аттестационных испытаний в аудитории может одновременно находиться экзаменуемая группа в полном составе.

При проведении письменного зачета билет выбирает сам экзаменуемый в случайном порядке.

Экзаменуемые могут пользоваться программой учебной дисциплины, а также с разрешения преподавателя калькуляторами.

При проведении письменного зачета экзаменуемым предлагается ответить на два теоретических вопроса и выполнить два практических задания в соответствии с пройденными темами.

Время написания работы составляет 90 мин. (по желанию экзаменуемого ответ может быть досрочным).

Изложение материала ведется в листе ответа, который затем (по окончании экзамена) сдается на проверку экзаменатору.

Проверка работ выполняется экзаменатором после окончания зачета и оценки выставляются в соответствии с критериями оценивания.

В случае возникновения сомнений относительно глубины знаний экзаменуемого экзаменатор может пригласить его и задать дополнительные и уточняющие вопросы в пределах учебного материала, вынесенного на зачет.

Оценка результатов письменного аттестационного испытания объявляется экзаменуемым в день его проведения.

6. Методические материалы для освоения дисциплины

Методические указания по выполнению контрольных работ:

Данный вид работы проверяет:

- 1) усвоение обучающимися полученных в ходе обучения умений и навыков;
- 2) способность выбрать инструментальные средства для обработки данных в соответствии с поставленной задачей;
- 3) умение проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.

Примерно за 2-3 недели до проведения контрольной работы обучающемуся необходимо получить у преподавателя шаблон контрольной работы или примерный перечень практических заданий, входящих в контрольную работу, и после этого приступить к подготовке.

При подготовке к контрольной работе следует:

- 1) повторить теоретический материал по темам, включенным в контрольную работу;
- 2) просмотреть материалы практических занятий и домашних заданий;
- 3) попробовать решить задания из шаблона контрольной работы или примерного перечня практических заданий;
- 4) закрепить полученные умения и навыки, решая похожие задания из рекомендованных преподавателем учебников и учебно-методических пособий.

Если в процессе подготовки к контрольной работе возникли затруднения или требуются какие-либо уточнения и рекомендации, следует обратиться за помощью к преподавателю.

Методические указания по подготовке к коллоквиуму:

Коллоквиум – это собеседование преподавателя и учащегося по заранее определенным контрольным вопросам.

Особенность коллоквиума в том, что это не просто форма контроля, а метод углубления, закрепления знаний учащихся, так как в ходе собеседования преподаватель имеет возможность разъяснить вопросы, возникающие у учащегося в процессе подготовки.

Этот вид деятельности развивает навык осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач.

На самостоятельную подготовку к коллоквиуму обучающемуся отводится 2-3 недели.

При подготовке к коллоквиуму следует:

- 1) просмотреть конспекты лекций и практических занятий и отметить в них имеющиеся ответы на вопросы коллоквиума.;
- 2) если конспекты содержат не все ответы или часть вопросов вынесено преподавателем на самостоятельное рассмотрение, необходимо изучить содержание учебной литературы, рекомендованной преподавателем;
- 3) в случае возникновения каких-либо затруднений при подготовке следует обратиться за помощью к преподавателю.

Самоподготовка к практическим занятиям

При подготовке к практическому занятию обучающемуся необходимо:

- 1) ознакомиться с соответствующей темой программы дисциплины;
- 2) осмыслить круг изучаемых вопросов и логику их рассмотрения;
- 3) тщательно изучить лекционный материал;
- 4) изучить рекомендованную литературу по данной теме;
- 5) ознакомиться с вопросами очередного практического занятия.

Важным аспектом самостоятельной подготовки студентов является работа с библиотечным фондом.

Эта работа предполагает различные варианты повышения профессионального уровня студентов в том числе:

- а) получение книг в научном абонементе;
- б) изучение книг, журналов, газет в читальном зале;
- в) возможность поиска необходимого материала посредством электронного каталога;
- г) получение необходимых сведений об источниках информации у сотрудников библиотеки.

7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

7.1. Основная литература.

1. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. — 22-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-4874-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126716>
2. Высшая математика для экономистов : учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман ; под редакцией Н. Ш. Кремер. — Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2015. — 481 с. — ISBN 978-5-238-00991-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/52071.html>
3. Романко, В.К. Разностные уравнения : учебное пособие / В.К. Романко. — 3-е изд. (эл.). — Москва : Лаборатория знаний, 2015. — 115 с. — ISBN 978-5-9963-2661-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/70755>

7.2. Дополнительная литература.

1. А. Ф. Филиппов. Введение в теорию дифференциальных уравнений: учебник: допущено М-вом образования РФ для студентов, обуч. по физико-математическим направлениям и специальностям М.: КомКнига, 2007
2. А. Ф. Филиппов. Сборник задач по дифференциальным уравнениям Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2005

7.3. Нормативные правовые документы.

Не предусмотрено.

7.4. Интернет-ресурсы.

Не предусмотрено.

7.5. Иные источники.

1. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа, учебник, М. :ФИЗМАТЛИТ, 2002.
2. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: учебник. М.: Дело, 2010.
3. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие. Под ред. П.С. Геворкяна. М.: Экономика, 2011.
4. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие. Под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2011.
5. Курс дифференциальных уравнений. Степанов В.В. «Наука».- М.-2004
6. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. А.Ф. Филиппов. URSS.-М.:200
7. Королев, А. В. Дифференциальные и разностные уравнения : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. В. Королев. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 280 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-9896-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/413994>

8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. www.biblio-online.ru – Электронно-библиотечная система [ЭБС] Юрайт.
2. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Iprbooks»
3. <https://e.lanbook.com> - Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Лань».
4. <http://elibrary.ru/> - Научная электронная библиотека Elibrary.ru.
5. <https://new.znaniium.com> Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Znaniium.com».
6. <https://dlib.eastview.com> – Информационный сервис «EastView».
7. <https://www.jstor.org> - Jstor. Полные тексты научных журналов и книг зарубежных издательств.
8. <https://elibrary.worldbank.org> - Электронная библиотека Всемирного Банка.
9. <https://link.springer.com> - Полнотекстовые политематические базы академических журналов и книг издательства Springer.
10. <https://ebookcentral.proquest.com> - Ebook Central. Полные тексты книг зарубежных научных издательств.
11. <https://www.oxfordhandbooks.com> - Доступ к полным текстам справочников Handbooks издательства Oxford по предметным областям: экономика и финансы, право, бизнес и управление.
12. <https://journals.sagepub.com> - Полнотекстовая база научных журналов академического издательства Sage.
13. Справочно-правовая система «Консультант».
14. Электронный периодический справочник «Гарант».

Программные, технические и электронные средства обучения и контроля знаний

Аудитории оснащены компьютером с выходом в интернет.

Программный продукт Microsoft Office.