

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Андрей Драгомирович Хлутков  
Должность: директор  
Дата подписания: 31.10.2023 18:15:57  
Уникальный программный ключ:  
880f7c07c583b07b775f6604a630281b13ca9fd2

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ  
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

**Северо-Западный институт управления – филиал РАНХиГС**

---

**Факультет среднего профессионального образования**

УТВЕРЖДЕНА

На заседании Ученого совета

Протокол от «18» февраля 2020г. №6

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**ЕН.01 Элементы высшей математики**

*(индекс, наименование дисциплины, в соответствии с учебным планом)*

Специальность 09.02.07

Информационные системы и программирование

Квалификация выпускника – специалист по информационным системам

Форма обучения

очная

Год набора - 2022  
Санкт-Петербург, 2021

Разработчик: к.т.н., доцент кафедры бизнес-информатики Полянская Светлана Владимировна

Рецензент:

Заведующий кафедрой бизнес-информатики, д.в.н., профессор Наумов Владимир Николаевич

## **СОДЕРЖАНИЕ**

<b>1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>4</b>
<b>2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>4</b>
<b>3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>8</b>
<b>4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>9</b>

# 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ЕН.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ»

## 1.1. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы:

Учебная дисциплина «Элементы высшей математики» является частью математического и общего естественнонаучного учебного цикла основной образовательной программы в соответствии с ФГОС по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование.

Учебная дисциплина «Элементы высшей математики» обеспечивает формирование следующих компетенций:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.

## 1.2. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины:

Целью дисциплины является: обеспечение обучаемых базовыми знаниями, умениями и навыками в области основ высшей математики, развитие навыков аналитического и логического мышления.

В рамках программы учебной дисциплины обучающимися осваиваются умения и знания

Код ПК, ОК	Умения	Знания
ОК 01, ОК 05	Решать задачи, используя методы нахождения пределов функции, способы построения графиков функций. Применять методы дифференциального и интегрального исчисления Решать задачи на нахождение площадей плоских фигур Пользоваться понятиями теории рядов	Основы математического анализа, Основы дифференциального и интегрального исчисления Основы теории рядов

## 2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов
Объем образовательной программы учебной дисциплины	72
в том числе:	
теоретическое обучение	32
практические занятия	28
Самостоятельная работа	4
Консультации	2
Промежуточная аттестация в форме экзамена	6

## 2.2. Тематический план и содержание учебной дисциплины

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала и формы организации деятельности обучающихся	Объем в часах	Коды компетенций, формированию которых способствует элемент программы
1	2	3	4
<b>Тема 1. Понятие функции и ее предела.</b>	<b>Содержание учебного материала</b> Множества и операции над ними. Декартово произведение множеств, бинарные отношения. Отображения и их свойства. Множество действительных чисел. Верхние и нижние грани. Предельные точки.	8	ОК 01, ОК 05
	Предел последовательности, предел функции. Бесконечно малые последовательности и функции. Арифметические свойства предела. Предельный переход в неравенствах. Вычисление предела $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x/x$ . Предел монотонной ограниченной функции. Число $e$ .		
	Критерий Коши существования предела последовательности, предела функции.		
	<b>В том числе практических занятий</b>	4	
	1. Построение графиков элементарных функций 2. Нахождение пределов		
Самостоятельная работа			
<b>Тема 2. Непрерывность функции</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	8	ОК 01, ОК 05
	1. Непрерывность, точки разрыва. Свойства непрерывных функций.		
	2. Непрерывность элементарных функций		
	3. Асимптотические формулы. Промежуточные значения непрерывной на отрезке функции. Ограниченность непрерывной на отрезке функции		
	4. Ограниченность непрерывной на отрезке функции		
<b>В том числе практических занятий</b>			
1. Нахождение точек разрыва	2		

	2. Классификация точек разрыва функции	2	
	Самостоятельная работа	2	
<b>Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>	<b>Содержание учебного материала</b>		ОК 01, ОК 05
	1. Производная, её естественно-научный смысл и основные свойства. Предельные величины. Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала.		
	2. Производные и дифференциалы высших порядков		
	3. Теоремы Ферма, Ролля. Необходимые условия экстремума. Теоремы Лагранжа и Коши. Критерий постоянства функции. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.	16	
	4. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.		
	5. Правило Лопиталю. Монотонность функции. Достаточные условия экстремума функции.		
	6. Выпуклость графика функции		
	<b>В том числе практических занятий</b>		
	1. Вычисление производной функций одной переменной	2	
	2. Производные высших порядков	2	
	3. Нахождение экстремумов функции	2	
	4. Построение графиков функций одной переменной	2	
	Самостоятельная работа	2	
<b>Тема 4 Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</b>	<b>Содержание учебного материала</b>		ОК 01, ОК 05
	1. Функции и отображения, их пределы и непрерывность. <i>Функции Кобба-Дугласа</i> . Дифференцируемость функции многих переменных, Частные производные. Достаточные условия дифференцируемости функции многих переменных.	8	
	2. Производная по направлению, Градиент. Матрица Якоби отображения и её свойства. Свойства якобиана. Производные высших порядков.		
	3. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимые условия.		

	Достаточные условия существования экстремума.		
	<b>В том числе практических занятий</b>		
	1. Дифференцирование функций нескольких переменных	2	
	2. Нахождение экстремума функций нескольких переменных	2	
	Самостоятельная работа		
<b>Тема 5. Интегральное исчисление</b>	<b>Содержание учебного материала</b>		ОК 01, ОК 05
	1. Первообразная функция, структура неопределённого интеграла. Таблица неопределённых интегралов и правила интегрирования. Интегрирование рациональных функций, некоторых иррациональных функций, некоторых тригонометрических функций.	12	
	2. Понятие площади плоской фигуры. Задача о вычислении площади криволинейной трапеции.		
	3. Разбиение отрезка. Интегральные суммы. Определение интеграла (по Риману). Необходимое условие интегрируемости функции. Суммы Дарбу. Критерий интегрируемости функции. Свойства определённого интеграла		
	4. Теоремы о среднем значении. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.		
	<b>В том числе практических занятий</b>		
	1. Нахождение неопределённых интегралов	2	
	2. Нахождение определённых интегралов	2	
	Самостоятельная работа		
<b>Тема 6. Теория рядов</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	8	ОК 01, ОК 05
	1. Числовые ряды и их свойства.		
	2. Функциональные ряды. Понятие и признаки сходимости		
	<b>В том числе практических</b>		

	<b>занятий</b>		
	1. Построение числовых рядов	2	
	2. Исследование сходимости функциональных рядов	2	
	Самостоятельная работа		
<b>Консультации</b>		<b>2</b>	
<b>Промежуточная аттестация</b>			
<b>Всего:</b>		<b>72</b>	

### 3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Для реализации программы учебной дисциплины должны быть предусмотрены следующие специальные помещения:

Кабинет «Математических дисциплин», оснащенный следующим оборудованием и техническими средствами обучения:

- рабочее место преподавателя;
- посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся);
- учебные наглядные пособия (таблицы, плакаты);
- тематические папки дидактических материалов;
- комплект учебно-методической документации;
- комплект учебников (учебных пособий) по количеству обучающихся.

#### 3.2. Информационное обеспечение реализации программы

Для реализации программы библиотечный фонд образовательной организации должен иметь печатные и/или электронные образовательные и информационные ресурсы, рекомендуемых для использования в образовательном процессе

##### 3.2.1. Печатные издания

###### Основная литература.

1. Шипачев В.С. Математика [Электронный ресурс]: учебник и практикум для СПО. 8-е изд., пер. и доп.- М.: Издательство Юрайт, 2020. – 448 с. url: <https://idp.nwipa.ru:2070/viewer/matematika-459024#page/1>
2. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика [Электронный ресурс]: учебник для СПО. 5-е изд., пер. и доп.- М.: Издательство Юрайт, 2020. – 402 с. url: <https://idp.nwipa.ru:2070/viewer/matematika-449006#page/1>

###### Дополнительная литература.

1. Баврин И.И. Математика [Электронный ресурс]: учебник и практикум для СПО. 2-е изд., пер. и доп.- М.: Издательство Юрайт, 2020. – 617 с. url: <https://idp.nwipa.ru:2070/viewer/matematika-449045#page/1>



## 4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Критерии, формы и методы оценки результатов обучения

Контроль и оценка качества освоения дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения лекционных и практических занятий.

<i>Результаты обучения</i>	<i>Критерии оценки</i>	<i>Методы оценки</i>
<p><b>Знания:</b></p> <p>Основы математического анализа, основы дифференциального и интегрального исчисления функции одной переменной и функции нескольких переменных, основы теории рядов</p>	<p>«Отлично» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко.</p>	<p>Компьютерное тестирование на знание терминологии по теме; Тестирование по применению основных правил и технологий; Контрольная работа. Самостоятельная работа. Наблюдение за выполнением практического задания.</p>
<p><b>Умения:</b></p> <p>Выполнять операции нахождения пределов и производных функции одной переменной и функции нескольких переменных. Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости Применять методы дифференциального и интегрального исчисления Пользоваться понятиями теории рядов</p>	<p>«Хорошо» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.</p> <p>«Удовлетворительно» - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки.</p> <p>«Неудовлетворительно» - теоретическое содержание</p>	<p>(деятельностью студента) Оценка выполнения практического задания (работы) Решение ситуационной задачи</p>

	курса не освоено, необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.	
--	---	--

#### 4.2. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации

Формы текущего контроля успеваемости:

**Опрос (О)** - это основной вид устной проверки, может использоваться как фронтальный (на вопросы преподавателя по сравнительно небольшому материалу краткие ответы (как правило, с места) дают многие обучающиеся), так и индивидуальный (проверка знаний отдельных обучающихся). Комбинированный опрос - одновременный вызов для ответа сразу нескольких обучающихся, из которых один отвечает устно, один-два готовятся к ответу, выполняя на доске различные записи, а остальные выполняют за отдельными столами индивидуальные письменные или практические задания преподавателя.

**Тестирование (Т)** – задания, с вариантами ответов.

Критерии оценивания

*Оценки «отлично»* заслуживает студент, если он ответил правильно на 90% вопросов теста

*Оценки «хорошо»* заслуживает студент, если он ответил правильно на часть вопросов 75%-90%;

*Оценки «удовлетворительно»* заслуживает студент, если он правильно ответил часть вопросов 50%-75%;

*Оценки «неудовлетворительно»* заслуживает студент, если он правильно ответил менее чем на 50% вопросов.

**Контрольная работа (КР)** - письменная работа по теме. Состоит из нескольких задач различной степени сложности.

Критерии оценивания

*Оценки «отлично»* заслуживает студент, обнаруживший глубокое знание материала, умение свободно выполнять задания, понимающий взаимосвязь основных понятий темы;

*Оценки «хорошо»* заслуживает студент, обнаруживший полное знание материала; успешно выполняющий предусмотренные задания; и допустивший незначительные ошибки: неточность фактов, стилистические ошибки;

*Оценки «удовлетворительно»* заслуживает студент, обнаруживший знания основного материала в объеме, необходимом для дальнейшего изучения дисциплины. Справляющийся с выполнением заданий; допустивший погрешности в ответе, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя;

*Оценки «неудовлетворительно»* заслуживает студент, обнаруживший существенные пробелы в знании основного материала; не справляющийся с выполнением заданий, допустивший серьезные погрешности в ответах, нуждающийся в повторении основных разделов курса под руководством преподавателя.

В ходе реализации дисциплины «Элементы высшей математики» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

Таблица 4.1

Тема (раздел)	Формы (методы) текущего контроля успеваемости
Тема 1. Понятие функции и ее предела.	Тестирование
Тема 2. Непрерывность функции	Письменный опрос
Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Тестирование, контрольная работа
Тема 4. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	Тестирование, контрольная работа
Тема 5. Интегральное исчисление.	Контрольная работа
Тема 6. Теория рядов	Тестирование, контрольная работа

Условием допуска к промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы высшей математики» является: освоение материалов учебной дисциплины в объеме не менее 75 %, определенное по результатам систематического текущего контроля.

Экзамен включает в себя проверку теоретических знаний в форме устного опроса и проверку практических навыков в письменной форме.

Оцениваются:

- умение грамотно формулировать основные понятия и положения математического анализа;
- умение четко проводить доказательство теорем перечисленных разделов математики;

Во время проверки оцениваются:

- представление хода и результата решения;
- оценка правильности ответов;
- рациональность представленного решения.

#### 4. 2. 1. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.

##### Типовые оценочные материалы по теме 1

##### Типовой тест

1. Какие из приведенных ниже выражений не являются «неопределенными»?

1)  $\left[\frac{0}{0}\right]$       2)  $\left[\frac{c}{0}\right]$       3)  $[\infty-\infty]$       4)  $[0\infty]$

2. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^2+x^3}$

1) -1      2)  $\infty$       3) -3      4) 1,5

3. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$

1) 1      2)  $\frac{\pi}{2}$       3)  $\frac{2}{\pi}$       4)  $-\infty$

4. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3 \operatorname{tg}^2 x)^{\operatorname{ctg}^2 x}$

1)  $e^3$       2) 1      3) 0      4)  $e^{-3}$

**Ответы:**

1-2      2-4      3-3      4-1

#### Контрольная работа по теме 1.

##### 1 вариант

Найти пределы:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x} - 1}$

б)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{x + 2}$   
 в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x + 3}{2x + 1} \right)^{x+1}$

## 2 вариант

Найти пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5+x} - \sqrt{5+x^2}}{\sqrt{5+x} - 5}$

б)  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sin \pi x}{x + 5}$

в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+5}{x+1} \right)^{4x-1}$

## Типовые оценочные материалы по теме 2

### Типовые вопросы для письменного опроса

- 1) Сформулируйте определение функции, непрерывной в точке.
- 2) Исследовать на непрерывность функцию  $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$
- 3) Построить схематично график этой функции в окрестности точки  $x = 0$ .
- 4) Можно ли утверждать, что если у функции в точке существует предел, то она непрерывна в этой точке? Ответ поясните примерами.

### Ответы:

1- Функция  $y=f(x)$  называется непрерывной в точке  $x=x_0$ , если

А) она определена в некоторой окрестности точки  $x_0$ ,

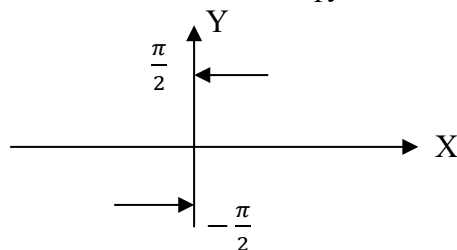
Б) существует предел функции в этой точке,

В)  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

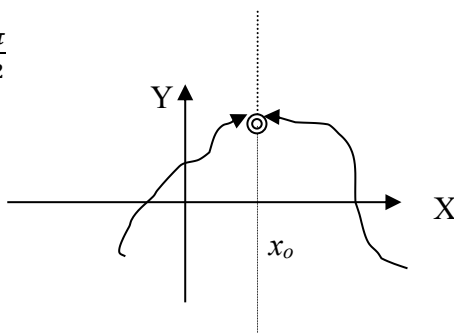
2-  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \operatorname{arctg} \frac{1}{x} = -\frac{\pi}{2} \neq \infty \quad \neq \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \operatorname{arctg} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2} \neq \infty$

Следовательно, в точке  $x=0$  функция терпит неустранимый разрыв первого рода.

3-



4- нет



## Контрольная работа по теме 2

### 1 вариант

1. Дайте определение функции, непрерывной в точке.
2. Дайте определения точки разрыва первого рода.
3. Укажите, является ли функция  $y = \begin{cases} \frac{x}{|x|}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$  непрерывной в области определения.

4. Изобразите схематично график этой функции в окрестности точки  $x = 0$ .
5. Укажите, можно ли утверждать, что если у функции в точке существует предел, то она непрерывна в этой точке? Ответ поясните графически.

2 вариант

1. Дайте определение функции, непрерывной в области.
2. Дайте определения точки разрыва второго рода..
3. Укажите, является ли функция  $y = \arctg \frac{1}{x}$  непрерывной на области определения
4. Изобразите схематично график этой функции в окрестности точки  $x = 0$ ..
5. Изобразите схематично примеры функции, у которой не существует предела в точке или на бесконечности .

### Типовые оценочные материалы по теме 3

#### Типовой тест

1. Производная функции в точке – это:
  - 1) функция    2) число    3) вектор
2. Производная показательной функции равна
  - 1)  $nx^{n-1}$     2)  $\frac{1}{x}$     3)  $a^x \ln a$     4)  $\frac{a^x}{\ln a}$
3. Условие  $f(x_0) < f(x)$  соответствует функции, которая
  - 1) возрастает;
  - 2) не убывает;
  - 3) не возрастает;
  - 4) убывает.
4. Смена знака производной при переходе через точку  $x_0$  является:
  - 1) необходимым;
  - 2) необходимым и достаточным;
  - 3) достаточным;
  - 4) ни тем, ни другим
5. Производная функции  $x + y = \arcsin x - \arcsin y$  равна
  - 1)  $1 - \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$     2)  $-\frac{1 - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{1-y^2}}}$     3)  $1 - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$     4)  $\frac{1 - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{1-y^2}}}$
6. Производная функции  $\begin{cases} y = t^3 - 2t \\ x = t^2 + 1 \end{cases}$  равна
  - 1)  $\frac{3t^2-2}{2t}$     2)  $3t^2 - 2$     3)  $2t$     4)  $-\frac{2t}{3t^2-2}$

7. Дифференциал функции в точке – это

- 1) приращение ординаты функции
- 2) приращение абсциссы касательной
- 3) производная
- 4) приращение ординаты касательной

8) Производная функции  $y = \ln(\sin 2x + 2)$  в точке  $x=0$  равна

- 1) 0
- 2) 1
- 3) 2
- 4) 3

9) Функция  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$  в точке  $x=-1$

- 1) имеет устранимый разрыв 1 рода
- 2) имеет неустранимый разрыв 1 рода
- 3) имеет разрыв 2 рода
- 4) непрерывна

**Ответы:**

- 1) – 1      2) – 3      3) – 1      4) – 3      5) – 2      6) – 1      7) – 4  
8) – 3      9) – 3

### Контрольная работа по теме 3

#### 1 вариант

1. Исследовать на непрерывность функцию  $y = \frac{1}{x-2}$ . Построить схематично график этой функции .

2. Найти  $\frac{dy}{dx}$  :

а)  $y = e^{\operatorname{tg}^2 x / \sqrt[3]{x}}$

б)  $y = (\ln(x + 1))^{x^3}$

в)  $\cos x + \cos y = xy$

г.)  $\begin{cases} y = a(1 - \cos t) \\ x = a(t - \sin t) \end{cases}$

### Типовые оценочные материалы по теме 4

#### Типовой тест

1. Определить формулу частного приращения функции по аргументу  $x$ :

1)  $f(x_0, y_0) = f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)$

2)  $f(x_0, y_0) = f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0)$

3)  $f(x_0, y_0) = f(x_0, y_0) - f(x_0, y_0 + \Delta y)$

4)  $f(x_0, y_0) = f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0 + \Delta y)$

2. Полный дифференциал функции двух переменных равен

$$1) df = \frac{\partial f}{\partial y} \quad 2) df = \frac{\partial f}{\partial x} dx \quad 3) df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy \quad 4) df = \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x - \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y$$

3. Найти лишнее: Градиент функции – это вектор

1)равный  $\left\{ \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right\}$

2)показывающий направление наискорейшего роста функции

3)связанный с экстремумом функции

4)направленный по нормали к поверхности уровня функции

4. Достаточным условием локального экстремума функции двух переменных является:

1)  $f'_x=0$  и  $f'_y=0$

2)  $\begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{xy} & f''_{yy} \end{vmatrix} > 0$

3)  $\begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{xy} & f''_{yy} \end{vmatrix} < 0$

4)  $\begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{xy} & f''_{yy} \end{vmatrix} = 0$

5. Найти производную по направлению вектора  $\vec{l} = \{4; -3\}$  для функции  $z = \frac{x-y^2}{xy}$  в точке

M (1;1)

1)2                      2) 0                      3) -2                      4) 1

**Ответы:**

1) - 1                      2) - 3                      3) - 3                      4) - 2                      5) - 1

#### Контрольная работа по теме 4

1)Найти градиент и его величину в точке M (3;4) для функции  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

2)Найти производную по направлению вектора  $\vec{l} = \{3; 3\}$  для функции  $z = \arctg(xy)$  в точке M (1;1)

3)Найти приближенное значение функции  $\sqrt[3,02]{8,01}$

4)Вычислить  $\frac{dz}{dt}$ , если  $z = \arcsin(xy^2); \begin{cases} x = e^t \\ y = \sqrt[4]{t} \end{cases}$

5)Найти локальный экстремум  $z = 3xy^2 - y^3 - x^2$

6)Найти условный экстремум  $\begin{cases} z = 2x^2 + 3y^2 \\ x + y = 1 \quad (x, y \geq 0) \end{cases}$

#### Типовые оценочные материалы по теме 5

#### Контрольная работа по теме 5

#### 1 вариант

Найти интегралы

1.  $\int \frac{dx}{\sin^2(3x-5)}$

2.  $\int x^2 e^{5x^3} dx$

3.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$

4.  $\int \frac{2x+5}{3x^2+11x+2} dx$

$$5. \int \sqrt{x} \ln x \, dx$$

$$6. \int \frac{x+1}{x^3+x^2-2x} \, dx$$

$$7. \int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} \, dx$$

## 2 вариант

Найти интегралы

$$1. \int \frac{dx}{5-2x^2}$$

$$2. \int x \sin^2 x \, dx$$

$$3. \int \frac{(1+x)}{1+\sqrt{x}} \, dx$$

$$4. \int \frac{(1-3x)dx}{\sqrt{4x^2+9x+1}}$$

$$5. \int \arccos x \, dx$$

$$6. \int \frac{2x^2 - 4}{(x-1)(x+2)(x^2+2x+10)} \, dx$$

$$7. \int \frac{\cos^3 x}{\sin x} \, dx$$

### Типовые оценочные материалы по теме 6

#### Типовой тест

1. Определите знакочередующийся ряд

1)  $3 + 5 + 7 + 9 + \dots$

2)  $3 - 5 + 7 - 9 + \dots$

3)  $3 + 5 - 7 + 9 + \dots$

4)  $3 - 5 - 7 - 9 + \dots$

2. Какой признак лучше применить для исследования сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{2n^2}\right)^n$

1) Признак Даламбера

2) Признак Лейбница

3) Радикальный признак Коши

4) Интегральный признак Коши

5) Признак сравнения

3. Если степенной ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$  сходится в точке 8, то в точке  $x=3$  ряд:

1) сходится абсолютно;

2) расходится;

3) сходится условно.

4. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{3n+5}$

1)  $x=0$

2)  $x \in R$

3)  $(-1;1)$

4)  $[-1;1]$ .

**Ответы:**

1) - 2

2) - 3

3) - 1

4) - 3

#### Контрольная работа по теме 6

1. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n(x+4)^n}{\sqrt{2n+1}}$

2. Пользуясь разложением функции в ряд Маклорена, вычислить предел



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{kn(1-x) - \sin x}{x^2}$$

3. Вычислить приближенно определенный интеграл, используя разложение подынтегральной функции в ряд Маклорена. Ограничиться двумя членами ряда.

$$\int_0^{0,5} \cos x^2 dx$$

### Ключи к тестам

Тест к теме 1	Тест к теме 3	Тест к теме 4	Тест к теме 6
2-4-3-1	1-3-1-3-2-1-4-3-3	2-3-3-2-1	2-3-1-3

### 4.2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация проводится в виде экзамена.

Условием допуска к промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы высшей математики» является: освоение материалов учебной дисциплины в объеме не менее 75 %, определенное по результатам систематического текущего контроля.

#### Типовые вопросы, выносимые на экзамен:

- Функция. Основные определения. Классификация.
- Предел функции.
- Последовательность. Предел числовой последовательности.
- Бесконечно-малые. Теоремы о бесконечно-малых.
- Односторонние пределы.
- Теоремы о пределах.
- «Замечательные» пределы и следствия к ним.
- Эквивалентные бесконечно-малые.
- Теоремы об эквивалентных бесконечно-малых.
- Непрерывность функции.
- Разрывы функции.
- Свойства функций непрерывных на отрезке.
- Производная. Основные определения. Геометрический и механический смысл.
- Производная. Основные определения. Экономический смысл.
- Производная обратной функции.
- Производная показательной-степенной функции.
- Дифференциал функции. Его геометрический смысл.
- Применение дифференциала к приближенному вычислению значения функции.
- Производные и дифференциалы высших порядков.
- Экстремум функции. Основные теоремы дифференциального исчисления функции одной переменной.
- Монотонность функции. Необходимое и достаточные условия экстремума.

- Выпуклость-вогнутость функции. Точки перегиба.
- Асимптоты графика функции.
- Схема исследования функции.
- Функции нескольких переменных (ФНП). Основные определения.
- ФНП. Предел и непрерывность.
- ФНП. Линии уровня. Геометрический смысл функции двух переменных.
- ФНП. Частные производные.
- ФНП. Частные производные высших порядков.
- ФНП. Теорема о порядке дифференцирования смешанных производных.
- ФНП. Частные и полный дифференциалы. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.
- Градиент. Производная по направлению.
- Экстремум функции двух переменных. Основные определения.
- Достаточное условие экстремума функции двух переменных.
- Необходимое условие экстремума функции двух переменных.
- Условный экстремум.
- Первообразная и ее свойства.
- Неопределенный интеграл, его свойства и геометрический смысл.
- Свойства неопределенного интеграла.
- Методы интегрирования в неопределенном интеграле: непосредственное интегрирование и заведение под знак дифференциала.
- Методы интегрирования в неопределенном интеграле: замена переменной.
- Методы интегрирования в неопределенном интеграле: интегрирование по частям.
- Разложение рациональной дроби на простейшие дроби.
- Метод разложения правильной рациональной дроби на сумму простейших дробей.
- Интегрирование простейших рациональных дробей.
- Интегрирование тригонометрических функций.
- Интегрирование дифференциального бинома.
- Определенный интеграл. Основные определения.
- Свойства определенного интеграла.
- Геометрический смысл определенного интеграла.
- Условия существования определенного интеграла.
- Методы интегрирования в определенном интеграле: замена переменной.
- Методы интегрирования в определенном интеграле : интегрирование по частям.
- Несобственный интеграл 1-го рода с бесконечными пределами.
- Несобственный интеграл 2-го рода с бесконечными разрывами.
- Числовые ряды. Основные определения.
- Свойства сходящихся числовых рядов.

- Необходимый признак сходимости числового ряда.
- Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами.
- Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
- Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости.
- Функциональные ряды. Основные определения.
- Область сходимости степенного ряда.
- Радиус сходимости степенного ряда.
- Свойства степенных рядов.
- Ряды Тейлора и Маклорена. Основные определения.
- Теорема о разложении функции в ряд Тейлора.

**Типовые контрольные задания на экзамен:**

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x}\right)^x$
2. Исследовать на непрерывность функцию  $y = e^{\frac{1}{x-1}}$
3. Вычислить производную  $y = x^2 e^{x^3} \sin 5x$
4. Найти градиент и его величину в точке  $M(e; 1)$  для функции  $y = \ln(xy^2)$
5. Вычислить  $\frac{\partial z}{\partial u}$ , если  $z = \ln \frac{x}{y}; \begin{cases} x = u + 3v \\ y = u * v^2 \end{cases}$
6. Найти локальный экстремум  $z = 2y^3 + x^2y + 5y^2 + x^2 - 1$
7. Найти условный экстремум  $\begin{cases} z = x + y \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 \end{cases}$
8. Найти приближенное значение функции  $\sqrt{4,05^2 + 2,93^2}$
9. Вычислить интеграл : 
$$\int \frac{dx}{x\sqrt{1-x^3}}$$
10. Вычислить интеграл 
$$\int x \ln(1-x) dx$$
11. Вычислить интеграл 
$$\int \frac{dx}{(x-1)^2(x-3)(x+4)}$$
12. Вычислить интеграл 
$$\int \frac{dx}{5 - 4\sin x + 3\cos x}$$
13. Вычислить интеграл 
$$\int_0^{\pi} (x-1) \cos x dx$$
14. Вычислить интеграл  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+4x^2} dx$
15. Исследовать сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)!}$
16. Исследовать сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$

17. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-1)^n}{2^n}$