

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Андрей Драгомирович Хлутков
Должность: директор
Дата подписания: 12.08.2026 13:43:44
Уникальный программный ключ:
880f7c07c583b07b775f6604a630281b13ca9fd2

Приложение 4
к образовательной программе

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДЭ.05.02 Математическое программирование
(индекс, наименование дисциплины в соответствии с учебным планом)

38.03.02 Менеджмент
(код, наименование направления подготовки/специальности)

Стратегический менеджмент
(наименование образовательной программы)

очная, очно-заочная
(форма обучения)

Год набора - 2026

Санкт-Петербург

Автор(ы)-составитель(и) РПД:

Колодко Дмитрий Владимирович, к.э.н., доцент кафедры бизнес-информатики

Заведующий кафедрой:

Наумов Владимир Николаевич, доктор военных наук, профессор, заведующий кафедрой бизнес-информатики

Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДЭ.05.02 Математическое программирование одобрена на заседании кафедры бизнес-информатики факультета экономики и финансов СЗИУ РАНХиГС.

протокол № 6 от «26» марта 2026 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание и структура дисциплины
4. Типы оценочных материалов, показатели и критерии их оценивания
5. Формы аттестации, типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся, критерии и шкалы оценивания по контрольным точкам
6. Формы промежуточной аттестации, критерии и шкала оценивания, типовые оценочные материалы по дисциплине
7. Методические материалы по освоению дисциплины
8. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»
9. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Дисциплина Б1.В.ДЭ.05.02 Математическое программирование обеспечивает формирование у обучающихся следующих универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций*:

ОТФ/ТФ и реквизиты ПС <i>(при наличии)**</i>	Код компетенции **	Наименование Компетенции **	Код индикатора достижения компетенций **	Наименование индикатора достижения компетенций **	Образовательный результат**
	УК ОС-9	Способен использовать основы экономических знаний для принятия экономических обоснованных решений в различных сферах деятельности	УК ОС-9.1	Использует информационные технологии для простейших экономических расчетов	УК-9.1. З-2. Знает принципы функционирования компьютеров, операционных систем, вычислительных сетей, общесистемного и прикладного программного обеспечения. УК-9.1. У-2. Умеет использовать экономическую информацию для разработки важных управленческих решений.
			УК ОС-9.2	Применяет методы экономического и финансового планирования для достижения текущих и долгосрочных финансовых целей	УК-9.2. З-2. Знает методику и методологию расчета основных экономических показателей. УК-9.2. У-2. Умеет планировать и прогнозировать основные показатели деятельности предприятия.

* Дисциплина может формировать компетенцию полностью или частично.

** Должно соответствовать Приложению 1 к образовательной программе

2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы

Общий объем дисциплины для очного отделения составляет: 5,00 з.е., 180 ак. час. Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий: 87 ак. час на контактную работу с преподавателем, из них 24 ак.час на лекции и 48 ак. час на практические занятия, 13 ак.час на аттестацию в период экзаменационной сессии, 2 ак. часа на консультацию, 75 ак. час на самостоятельную работу обучающихся, 18 ак. час на самостоятельную работу на подготовку к экзамену.

Общий объем дисциплины для очно-заочного отделения составляет: 5,00 з.е., 180 ак. час. Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий: 47 ак. час на контактную работу с преподавателем, из них 12 ак. час на лекции и 24 ак. час на практические занятия, 9 ак.час на аттестацию в период экзаменационной сессии, 2 ак. часа на консультацию, 115 ак. час на самостоятельную работу обучающихся, 18 ак. час на самостоятельную работу на подготовку к экзамену.

Б1.В.ДЭ.05.02 Математическое программирование реализуется в 4-м семестре 2-го курса и в 5-м семестре 3-го курса на очной форме обучения; в 4-м семестре 2-го курса на очно-заочной форме обучения. Курс опирается на знание общеобразовательных дисциплин, в первую очередь, Б1.В.03 Математические методы и модели, Б1.В.13 Информатика.

Дисциплина Б1.В.ДВ.10.02 Математическое программирование предшествует таким дисциплинам, как: Б1.В.ДЭ.02.01 Риск-менеджмент, Б1.В.18 Финансовый анализ.

3. Содержание и структура дисциплины

3.1. Структура дисциплины

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем и (или) разделов		Объем дисциплины, ак.час											Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
		ВСЕГО	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий								Самостоятельная работа			
			Период теоретического обучения				Период промежуточной аттестации (сессия)							
			Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа		ИК	КСР	КЭ	Кат тэк	К о н т р о л ь	СРкр	СРэк	СР
		Л	ВЛ	ЛР	ПЗ									
Тема 1	Линейное программирование	18	4			6							8	УО, ПКЗ
Тема 2	Нелинейное программирование	16	2			6							8	УО, ПКЗ
Тема 3	Дискретное и целочисленное	18	4			6							8	УО, ПКЗ

	программирование												
Тема 4	Динамическое программирование	16	2			6						8	УО, ПКЗ
Промежуточная аттестация									4				Зачет
Тема 5	Принятие решений в условиях неопределенности и риска	27	4			8						15	УО, ПКЗ
Тема 6	Основы теории игр. Статические игры	26	4			8						14	УО, ПКЗ
Тема 7	Динамические игры. Повторяемые игры	26	4			8						14	УО, ПКЗ
Промежуточная аттестация								2	9		18		Экзамен
Итого		180	24			48			2	13		18	75

Очно-заочная форма обучения

№ п/п	Наименование тем и (или) разделов		Объем дисциплины, ак.час				Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной
		ВСЕГО	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий		Самостоятельная работа		
			Период теоретического обучения	Период			

								промежуточной аттестации (сессия)						аттестации	
			Занятия лекционно го типа		Занятия семинарского типа		ИК	КСР	КЭ	Кат тэк	К о н т р о л ь	СРкр	СРэк	СР	
			Л	ВЛ	ЛР	ПЗ									
Тема 1	Линейное про- граммирование	21	2			4								15	УО, ПКЗ
Тема 2	Нелинейное программирование	21	1			2								18	УО, ПКЗ
Тема 3	Дискретное и целочисленное программирование	21	2			4								15	УО, ПКЗ
Тема 4	Динамическое программирование	21	1			2								18	УО, ПКЗ
Тема 5	Принятие решений в условиях неопределенности и риска	23	2			4								17	УО, ПКЗ

Тема 6	Основы теории игр. Статические игры	22	2			4							16	УО, ПКЗ
Тема 7	Динамические игры. Повторяемые игры	22	2			4							16	УО, ПКЗ
Промежуточная аттестация									2	9		18		Экзамен
Итого		180	12			24			2	9		18	115	

Используемые сокращения:

Л – лекции - занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации обучающимся педагогическими работниками организации и (или) лицами, привлекаемыми организацией к реализации образовательных программ на иных условиях,).

ВЛ – видео лекции.

ЛР – лабораторные работы.

ПЗ – практические занятия (за исключением лабораторных работ).

ИК – индивидуальные консультации.

КСР – контроль самостоятельной работы

КЭ – консультации перед экзаменом

Каттэк – контактная работа на аттестацию в период экзаменационных сессий

Контроль - контактная работа на аттестацию в период экзаменационных сессий для заочной формы обучения

СРкр – самостоятельная работа на подготовку курсовой работы/ курсового проекта.

СРэк – самостоятельная работа на подготовку к экзамену.

СР – самостоятельная работа в семестре на подготовку к учебным занятиям.

УО – устный опрос.

ПКЗ – практические контрольные задания.

3.2. Содержание дисциплины

Тема 1. Линейное программирование. УК ОС-9.1, УК ОС-9.2.

Основные понятия математического программирования. Переменные задачи, целевая функция, ограничения. Постановка задачи линейного программирования. Графический метод решения задач линейного программирования. Градиент и линии уровня целевой функции. Многогранники в n -мерном пространстве, их угловые точки. Каноническая форма задачи линейного программирования. Базисные решения. Полный перебор базисных решений. Симплекс-метод решения задач линейного программирования. Метод искусственного базиса. Двойственная задача линейного программирования. Экономическая интерпретация двойственной задачи, теневые цены ресурсов. Первая и вторая теоремы двойственности. Двойственный симплекс-метод. Постоптимальный анализ устойчивости. Допустимые границы изменения коэффициентов целевой функции и свободных членов ограничений. Транспортная задача, открытые и замкнутые задачи. Методы составления первоначального плана перевозок: метод северо-западного угла, метод наименьшего элемента, метод Фогеля. Метод потенциалов решения транспортной задачи. Надстройка «Поиск решения» MS Excel и ее применение для решения задач линейного программирования.

Тема 2. Нелинейное программирование. УК ОС-9.1, УК ОС-9.2.

Постановка задачи нелинейного программирования. Выпуклые множества и выпуклые функции. Ряд Тейлора функции нескольких переменных. Квадратичные формы, критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. Дифференциал второго порядка функции нескольких переменных как квадратичная форма. Матрица Гессе. Достаточные условия выпуклости первого и второго порядка. Необходимое условие экстремума, достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Необходимое условие, достаточное условие существования условного экстремума. Окаймленная матрица Гессе. Обобщенный метод множителей Лагранжа. Условия Куна-Таккера, седловая точка функции Лагранжа. Экономическая интерпретация множителей Лагранжа, двойственность в выпуклом программировании. Градиентные методы оптимизации. Метод наискорейшего подъема (спуска), метод дробления шага. Метод Ньютона-Рафсона. Метод сопряженных градиентов. Метод обобщенного приведенного градиента. Решение задач нелинейного программирования с помощью надстройки «Поиск решения» MS Excel. Задача потребительского выбора и задача выбора производственной технологии

как задачи нелинейного программирования. Квадратичное программирование. Задача выбора оптимального портфеля ценных бумаг по Г. Марковицу и по Дж. Тобину. Валютные индексы и задача построения оптимальной валютной корзины (стабильной агрегированный валюты).

Тема 3. Дискретное и целочисленное программирование. УК ОС-9.1, УК ОС-9.2.

Дискретные множества. Целочисленные и бинарные переменные. Задача целочисленного программирования. Метод отсечения (метод Гомори) решения задач целочисленного линейного программирования. Метод ветвей и границ. Решение задач целочисленного программирования с помощью надстройки «Поиск решения» MS Excel. Задача о ранце. Основы теории графов. Вершины, ребра, матрица смежности. Путь в графе. Алгоритмы поиска кратчайшего пути в графе. Алгоритм Дейкстры, алгоритм Митни, алгоритм Форда-Беллмана. Сетевые модели. Задача сетевого планирования. Критический путь, алгоритм поиска критического пути в сети. Расчет характеристик событий и работ, составление календарного графика. Транспортная задача в сетевой постановке. Задача максимизации потока в сети. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Задача коммивояжера. Сведение задач дискретного программирования к задачам целочисленного программирования. Решение задач дискретного программирования с помощью надстройки «Поиск решения» MS Excel.

Тема 4. Динамическое программирование. УК ОС-9.1, УК ОС-9.2.

Постановка задачи динамического программирования. Многошаговый процесс управления. Переменные состояния и переменные управления. Эффективность управления на одном шаге, аддитивная целевая функция. Принцип оптимальности Беллмана, его доказательство. Рекуррентные уравнения Беллмана. Условная и безусловная оптимизация. Задача о распределении ресурсов: переменные задачи, целевая функция, ограничения, алгоритм решения. Задача об управлении запасами: переменные задачи, целевая функция, ограничения, алгоритм решения. Задача о замене оборудования: переменные задачи, целевая функция, ограничения, алгоритм решения. Задача поиска кратчайшего пути: переменные задачи, целевая функция, ограничения, алгоритм решения. Задача о найме работников: переменные задачи, целевая функция, ограничения, алгоритм решения. Сведение задач динамического программирования к задачам целочисленного программирования, связь между разделами математического программирования. Решение задач динамического программирования с помощью надстройки «Поиск решения» MS Excel.

Тема 5. Принятие решений в условиях неопределенности и риска. УК ОС-9.1, УК ОС-9.2.

Теория статистических решений. Лицо, принимающее решения, и природа. Платежная матрица и матрица рисков. Чистые и смешанные стратегии. Принятие решений в условиях риска. Математическое ожидание выигрыша как основной критерий принятия решений в условиях риска. Дерево решений, байесовский подход к принятию решений. Принятие решений в условиях неопределенности. Максиминный критерий Вальда. Минимаксный критерий Сэвиджа. Критерий Лапласа. Максимаксный и миниминный критерии. Критерий Гурвица. Задача многокритериального выбора. Методы экспертных оценок. Основы теории квалитетических шкал. Номинальная шкала. Шкала порядков. Шкала интервалов. Шкала отношений. Абсолютная шкала. Допустимые действия над измерениями и допустимые преобразования шкал. Метод сводных показателей. Проблема выбора весовых коэффициентов. Метод парных сравнений. Метод рандомизированных сводных показателей. Метод Монте-Карло оценивания вероятностных характеристик рандомизированных сводных показателей и вероятностей доминирования. СППР APIS и ее возможности. Иерархический метод сводных показателей. Теория коллективного выбора, проблема принятия коллективных решений. Принцип Кондорсе, парадокс Кондорсе. Методы преодоления парадокса Кондорсе. Метод Борда. Метод Доджсона. Метод Шульце.

Тема 6. Основы теории игр. Статические игры. УК ОС-9.1, УК ОС-9.2.

Основные понятия теории игр. Игроки, чистые и смешанные стратегии, функция выигрыша. Статические игры с полной информацией. Конечные парные антагонистические игры. Нижняя и верхняя цены игры. Седловая точка игры, равновесие по Нэшу. Условие существования решения игры в чистых стратегиях. Графический метод решения игры с платежной матрицей размера 2×2 . Графический метод решения игры с платежной матрицей $m \times 2$ и $2 \times n$. Решение игры с платежной матрицей размера $m \times n$ методами линейного программирования. Неантагонистические игры. Биматричные игры. Равновесие в строго доминирующих стратегиях и равновесие по доминированию. Парето-оптимальный профиль стратегий. Поиск равновесия по Нэшу в биматричной игре. Способ построения наилучших ответов. Дилемма заключенных. Бесконечные статические игры. Модели дуополии и олигополии Курно. Модели дуополии и олигополии Бертрана. Статические игры с неполной информацией. Равновесие Байеса-Нэша. Механизмы аукционов.

Тема 7. Динамические игры. Повторяемые игры. УК ОС-9.1, УК ОС-9.2.

Динамические игры. Нормальная и развернутая формы игры. Дерево игры, вершины, ребра, информационные множества. Игры с совершенной информацией. Равновесие по Нэшу и совершенное под-игровое равновесие по Нэшу. Метод обратной индукции. Модель дуополии Штакельберга. Динамические игры с несовершенной информацией. Динамические игры с участием природы. Бесконечно повторяемые игры. Базовая игра, коэффициент дисконтирования, стратегии в повторяемых играх. Стратегии переключения. Бесконечно повторяемая дилемма заключенных. Бесконечно повторяемая дуополия Курно. Динамические игры с неполной информацией. Дуополия Штакельберга при асимметричной информации.

4. Типы оценочных материалов, показатели и критерии оценивания

1.1. Оценочные материалы по дисциплине Б1.В.ДЭ.05.02 Математическое программирование входят в состав оценочных материалов по образовательной программе. Совокупность оценочных материалов по всем дисциплинам образовательной программы составляет фонд оценочных средств (далее – ФОС). ФОС используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с целью оценивания достижения обучающимися планируемых результатов обучения.

4.2. ФОС разработан как комплекс проверочных заданий различного типа и уровня сложности, включает критерии и шкалы оценивания, а также «ключи» правильных ответов. ФОС формируется как отдельный документ и хранится в электронном виде, доступ к ФОС предоставлен ограниченному кругу лиц.

4.3. Для самостоятельной работы обучающихся при подготовке к текущему контролю успеваемости и промежуточной аттестации в рабочих программах дисциплин размещены типовые проверочные задания, которые можно условно разделить на задания закрытого, комбинированного и открытого типов.

Задания закрытого типа — это тестовые задания, в которых каждый вопрос сопровождается готовыми вариантами ответов, из которых необходимо выбрать один или несколько правильных.

Задания комбинированного типа – это тестовые задания, в которых каждый вопрос сопровождается готовыми вариантами ответов, из которых необходимо выбрать один или несколько правильных и обосновать свой выбор.

Задания открытого типа — это задания, в которых на каждый вопрос должен быть предложен развернутый обоснованный ответ.

В зависимости от типа задания рекомендованы определенная последовательность выполнения и система оценивания выполнения заданий.

4.4. Типы заданий, сценарии выполнения, критерии оценивания

ТИП ЗАДАНИЯ	ИНСТРУКЦИЯ	СЦЕНАРИИ ВЫПОЛНЕНИЯ	КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ
Задание закрытого типа с выбором одного правильного ответа из нескольких вариантов предложенных	Прочитайте текст, выберите правильный ответ	1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов. 2. Внимательно прочитать предложенные вариант-ты ответа. 3. Выбрать один верный ответ. 4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа (например, 3 или В).	Ответ считается верным, если правильно указана цифра или буква
Задание закрытого типа на установление соответствия	Прочитайте текст и установите соответствие	1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидаются пары элементов. 2. Внимательно прочитать оба списка: список 1 – вопросы, утверждения, факты, понятия и т.д.; список 2 – утверждения, свойства объектов и т.д. 3. Сопоставить элементы списка 1 с элементами списка 2, сформировать пары элементов. 4. Записать попарно буквы и цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа (например, А1 или Б4).	Ответ считается верным, если правильно указаны цифры или буквы
Задание закрытого типа с выбором нескольких	Прочитайте текст, выберите правильные ответы	1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается несколько правильных ответов из предложенных вариантов.	Ответ считается верным, если правильно установлены все соответствия (позиции из

правильных ответов из нескольких вариантов предложенных		2. Внимательно прочитать предложенные вариант-ты ответа. 3. Выбрать несколько правильных ответов. 4. Записать только номера (или буквы) выбранного варианта ответа (например, 1 4 или А Г).	одного столбца верно сопоставлены с позициями другого)
Задание закрытого типа на установление последовательности	Прочитайте текст и установите последовательность	1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается последовательность элементов. 2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа. 3. Построить верную последовательность из предложенных элементов. 4. Записать буквы/цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа в нужной последовательности (например, БВА или 135).	Ответ считается верным, если правильно указана вся последовательность цифр
Задание комбинированного типа с выбором одного правильного ответа из предложенных и обоснованием выбора	Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа	1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов. 2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа. 3. Выбрать один верный ответ. 4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа.	Ответ считается верным, если правильно указана цифра или буква и приведены корректные аргументы, используемые при выборе ответа

		5. Записать аргументы, обосновывающие выбор ответа (например, 4 текст обоснования).	
Задание открытого типа с развернутым ответом	Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ	1. Внимательно прочитать текст задания и понять суть вопроса. 2. Продумать логику и полноту ответа. 3. Записать ответ, используя четкие компактные формулировки. 4. В случае расчетной задачи, записать решение и ответ	Ответ считается верным: 1. Отсутствие фактических ошибок. 2. Раскрытие объема используемых понятий (полнота ответа). 3. Обоснованность ответа (наличие аргументов). 4. Логическая последовательность излагаемого материала.

4.5. Общая шкала оценивания результатов текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением БРС

Итоговая балльная оценка	Традиционная система	Бинарная система	ECTS	
			Для тради- ционной системы	Для бинарной системы
95-100	Отлично	Зачтено	A	P/ Passed
85-94			B	P/ Passed
75-84	Хорошо		C	P/ Passed
65-74			D	P/ Passed
55-64	Удовлетворительно		E	P/ Passed
0-54	Неудовлетворительно	Не зачтено	F	F/Failed

Соотношение баллов за текущий контроль успеваемости и промежуточную аттестацию, а также повторную промежуточную аттестацию:

Максимальная сумма баллов за текущий контроль успеваемости	Максимальная сумма баллов за промежуточную аттестацию	Максимальная итоговая балльная оценка	Максимальная сумма баллов за повторную промежуточную аттестацию
60 баллов	40 баллов	100 баллов	100 баллов

5. Формы аттестации, типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся, критерии и шкалы оценивания по контрольным точкам

5.1. В ходе реализации дисциплины используются следующие формы текущего контроля успеваемости обучающихся (в том числе, задания к контрольным точкам):

УО – устный опрос, ПКЗ – практические контрольные задания.

Тема1. Линейное программирование.

Вопросы для устного опроса по теме 1.

1. Перечислить основные элементы задачи математического программирования.
2. Как записывается целевая функция и система ограничений задачи линейного программирования?
3. Что представляет собой множество допустимых решений задачи линейного программирования?
4. Что такое градиент и линии уровня целевой функции?
5. Дать геометрическую интерпретацию задачи линейного программирования?

6. В чем заключается симплекс-метод?
7. Перечислить правила составления двойственной задачи линейного программирования.
8. В чем заключаются условия дополняющей нежесткости?
9. Как проводится анализ параметрической устойчивости?
10. Перечислить основные шаги решения транспортной задачи методом потенциалов.

ПКЗ по теме 1.

Задача 1.

Предприятие занимается изготовлением мебели. Стол стоит 4000 руб., шкаф стоит 8000 руб. Для изготовления стола требуются 2 ед. древесины и 3 ед. стальных деталей. Для изготовления шкафа требуются 3 ед. древесины и 2 ед. стальных деталей. Каждую неделю на склад предприятия привозятся 15 ед. древесины и 15 ед. стальных деталей. Определить, сколько единиц продукции каждого типа предприятию следует выпускать в неделю (в среднем) и сколько при этом составит в среднем его выручка в неделю.

Требуется:

- а) Записать условия оптимизационной задачи (целевая функция и ограничения).
- б) Изобразить область допустимых планов и решить задачу графическим методом;
- в) Найти координаты угловых точек и решить задачу перебором угловых точек;
- г) Найти координаты угловых точек, найдя базисные планы. Решить задачу перебором базисных планов.

Задача 2.

Дана задача линейного программирования:

$$\begin{aligned} \max & Z = 3x_1 + 4x_2 \\ \text{при } & \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 15 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 15 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Требуется:

- а) Изобразить область допустимых планов и решить задачу графическим методом;
- б) Найти координаты угловых точек и решить задачу перебором угловых точек;
- в) Найти координаты угловых точек, найдя базисные планы. Решить задачу перебором базисных планов.

Задача 3.

Дана задача линейного программирования:

$$z = 3x_1 - 2x_2 \rightarrow \min;$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 20; \\ -x_1 + x_2 \geq 4; \\ 2x_1 + x_2 \geq 12; \\ x_1 + x_2 \leq 11; \end{cases}$$

Требуется:

- Изобразить область допустимых планов и решить задачу графическим методом;
- Найти координаты угловых точек и решить задачу перебором угловых точек;
- Найти координаты угловых точек, найдя базисные планы. Решить задачу перебором базисных планов.

Задача 4.

Решить графическим методом задачу линейного программирования:

$$a) \quad z = x_1 + x_2 + 5x_3 + 3x_4 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 9; \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 5; \end{cases}$$

$$b) \quad z = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 13; \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - 8x_5 = 3; \end{cases}$$

Задача 5.

Решить задачу линейного программирования симплекс-методом:

$$z = 4000x_1 + 8000x_2 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 15; \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 15; \end{cases}$$

Задача 6.

Решить задачу линейного программирования симплекс-методом:

$$z = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 \leq 55; \\ 5x_1 + 4x_2 \leq 60; \\ 5x_1 + x_2 \leq 55; \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 60; \end{cases}$$

Задача 7.

Дана задача линейного программирования:

$$z = CX \rightarrow \max,$$

$$AX \leq B,$$

$$X \geq 0.$$

Вектор-строка C, матрица A и вектор-столбец B приведены в таблице ниже:

2	3	7	1	6	3	1	5	2	1	0
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	b
1	2	7	1	6	1	2	1	4	2	146
3	1	5	9	2	6	-3	1	-4	1	167
-3	1	3	1	7	2	-7	2	8	5	245
9	-5	2	-3	1	-6	-8	2	-3	5	229
2	6	-6	-5	-1	4	6	8	9	-3	319

Решить задачу симплекс-методом.

Задача 8.

Решить задачу линейного программирования методом искусственного базиса.

$$z = 9x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 8x_4 + 10x_5 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 + 10x_5 = 20; \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 8x_5 = 22; \\ 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 = 26; \end{cases}$$

Задача 9.

Дана задача линейного программирования:

$$z = 2x_1 - 3x_2 + x_4 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \leq 20; \\ -x_1 - 3x_2 + 5x_3 - x_4 \geq -15; \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 18; \end{cases}$$

Построить двойственную к ней задачу.

Задача 10.

Предприятие использует ресурсы для производства продукции. Информация о запасах ресурсов, о расходе ресурсов на производство единицы каждого вида продукции и о ценах единиц выпускаемой продукции приведены в таблице:

Ресурсы	Продукция 1	Продукция 2	Продукция 3	Запас ресурсов
Ресурс 1	4	3	5	56
Ресурс 2	3	5	7	47
Ресурс 3	1	2	2	32
Цена продукции	10	15	25	-

Требуется:

- 1) Записать и решить задачу об использовании ресурсов симплекс-методом.
- 2) Найти теневые цены ресурсов.
- 3) Найти допустимые изменения цен, при которых сохраняется оптимальный план.
- 4) Найти допустимые изменения запасов, при которых сохраняется базис оптимального плана.

Задача 11.

Решить задачу линейного программирования двойственным симплекс-методом:

$$Z = -x_1 - 2x_2 - 3x_3 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 9x_3 \leq -3 \\ -4x_1 - 5x_2 + x_3 \leq -5 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 15 \end{cases}$$

Задача 12.

На 1 складе имеется запас 100 ед., на 2 складе запас 200 ед., на 3 складе запас 300 ед. продукции. В 1 магазин требуется доставить 150 ед., во 2 магазин доставить 150 ед., в 3 магазин доставить 200 ед., в 4 магазин доставить 100 ед. продукции. Стоимости перевозки 1 ед. продукции приведены в таблице:

	Магазин 1	Магазин 2	Магазин 3	Магазин 4	Предложение
Склад 1	5	3	4	2	100
Склад 2	3	4	6	1	200
Склад 3	2	4	3	7	300
Спрос	150	150	200	100	600

Требуется доставить продукцию из складов в магазины с наименьшими затратами. Решить транспортную задачу методом потенциалов.

Тема 2. Нелинейное программирование.

Вопросы для устного опроса по теме 2.

1. Что представляют собой целевая функция и система ограничений задачи нелинейного программирования?
2. Что такое выпуклое множество и выпуклая функция?
3. Назвать достаточные условия выпуклости функции нескольких переменных первого и второго порядка?
4. Что такое условный экстремум?
5. В чем заключается метод множителей Лагранжа?
6. Сформулировать условия Куна-Таккера и дать им интерпретацию.
7. Что такое градиентные методы оптимизации?
8. Сформулировать основные микроэкономические задачи как задачи математического программирования?
9. Что представляет собой задача квадратичного программирования?
Записать целевую функцию и ограничения задачи о выборе оптимального портфеля ценных бумаг.

ПКЗ по теме 2.

Задача 1.

Исследовать на экстремум функцию z :

$$z = 4x^2y + 24xy + y^2 + 32y - 6.$$

Задача 2.

Найти наибольшее и наименьшее значения функции z в замкнутой области D :

$$z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1,$$

D – треугольник, ограниченный осями координат, ограниченный осями координат и прямой $x+y=-5$.

Задача 3.

Исследовать на условный экстремум функцию z :

$$z = e^{xy} \text{ при условии } x + y = 1.$$

Задача 4.

Функция полезности потребителя $U(x, y) = 2x^{0.5}y^{0.5}$, где x и y – количества благ X и Y . Бюджет потребителя $I=900$. Цена блага X составляет $P_X=50$ д.е./ед, а цена блага Y – $P_Y=100$ д.е./ед. Найти оптимальный набор благ.

Задача 5.

Производственная функция имеет вид $Q(l, k)=4 \cdot l^{0.25} \cdot k^{0.75}$. Цена единицы труда $w=4$ д.е., цена единицы капитала $i=1$ д.е. Общие затраты фирмы на приобретение факторов производства составляют $C=16$ д.е.. Найти, какое

количество капитала и труда использует фирма и какое количество товара будет произведено.

Задача 6.

Первый инвестор желает получить доходность не меньше 9%, второй – не меньше 13%, а третий – не меньше 20%. В портфель могут быть включены 4 вида акций. Их доходности – случайные величины с математическими ожиданиями:

Акция 1	Акция 2	Акция 3	Акция 4
0,08	0,11	0,14	0,17

и ковариационной матрицей:

V	Акция 1	Акция 2	Акция 3	Акция 4
Акция 1	0,0004	0,0003	0,0007	0,00022
Акция 2	0,0003	0,0025	0,00245	0,0011
Акция 3	0,0007	0,00245	0,0049	0,00462
Акция 4	0,00022	0,0011	0,00462	0,0121

Найти веса, с которыми акции войдут в портфели инвесторов.

Задача 7.

Пусть на рынке, наряду с акциями из предыдущей задачи, существует также безрисковый актив, обеспечивающий безрисковую (постоянную) доходность $r_f=5\%$. Найти оптимальные портфели для инвесторов из предыдущей задачи. Рассчитать также веса акций в рискованной части портфелей инвесторов.

Тема 3. Дискретное и целочисленное программирование.

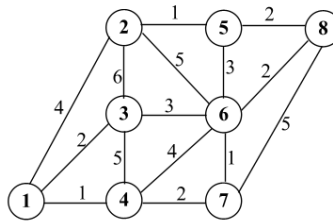
Вопросы для устного опроса по теме 3.

1. Что такое дискретное множество?
2. Как записывается целевая функция и система ограничений задачи целочисленного линейного программирования?
3. Перечислить основные шаги решения задачи целочисленного линейного программирования методом Гомори.
4. В чем заключается метод ветвей и границ?
5. Что такое путь в графе?
6. Перечислить основные шаги алгоритма Дейкстры поиска кратчайшего пути.
7. Назвать правила составления сетевой модели.
8. Перечислить основные шаги алгоритма поиска критического пути.
9. Как рассчитываются основные характеристики событий и работ?
10. Как связаны задачи дискретного и целочисленного программирования?

ПКЗ по теме 3.

Задача 1.

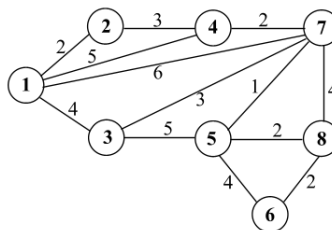
Граф представлен ниже:



Найти кратчайший путь из вершины (2) в вершину (7), используя алгоритм Дейкстры.

Задача 2.

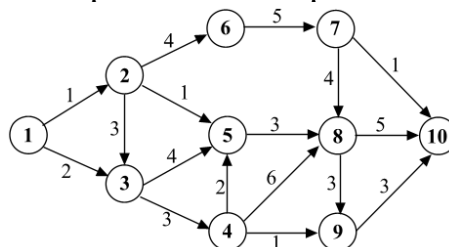
Граф представлен ниже:



Найти кратчайший путь из вершины (6) в вершину (1), используя алгоритм Дейкстры.

Задача 3.

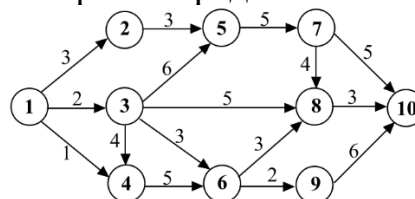
Сетевая модель комплекса работ по внедрению ИТ представлена ниже:



Найти критический путь, используя алгоритм поиска критического пути. Найти характеристики событий и работ. Составить календарный график выполнения работ.

Задача 4.

Сетевая модель комплекса работ представлена ниже:



Найти критический путь, используя алгоритм поиска критического пути. Найти характеристики событий и работ. Составить календарный график выполнения работ.

Задача 5.

Решить задачу целочисленного линейного программирования методом Гомори.

$$z = 3x_1 + 7x_2 \rightarrow \max;$$
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 5; \\ \end{cases}$$

Задача 6.

Решить задачу целочисленного линейного программирования методом Гомори.

$$z = 5x_1 + 2x_2 \rightarrow \max;$$
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 15; \\ \end{cases}$$

Задача 7.

Решить задачу целочисленного линейного программирования методом ветвей и границ:

$$z = x_1 + 5x_2 \rightarrow \max;$$
$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 30; \\ \end{cases}$$

Задача 8.

Решить задачу целочисленного линейного программирования методом ветвей и границ:

$$z = 6x_1 + 2x_2 \rightarrow \max;$$
$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 11; \\ \end{cases}$$

Тема 4. Динамическое программирование.

Вопросы для устного опроса по теме 4.

1. В чем заключается специфика задач динамического программирования?
2. В чем заключаются отличия переменных состояния от переменных управления?
3. Что означает аддитивность целевой функции задачи динамического программирования?

4. Сформулировать принцип оптимальности Беллмана.
5. В чем заключаются процедуры условной и безусловной оптимизации?
6. Сформулировать задачу об использовании ресурсов, указать ее переменные, целевую функцию и ограничения. назвать основные этапы ее решения.
7. Сформулировать задачу об управлении запасами, указать ее переменные, целевую функцию и ограничения. назвать основные этапы ее решения.
8. Сформулировать задачу о замене оборудования, указать ее переменные, целевую функцию и ограничения. назвать основные этапы ее решения.
9. Сформулировать задачу о поиске кратчайшего пути, указать ее переменные, целевую функцию и ограничения. назвать основные этапы ее решения.

Сформулировать задачу о найме работников, указать ее переменные, целевую функцию и ограничения. назвать основные этапы ее решения.

ПКЗ по теме 4.

Задача 1.

Требуется распределить $X_1=80$ единиц ресурсов по трем предприятиям. Прибыль, приносимая предприятиями, приведена в таблице:

у	p_1	p_2	p_3
0	0	0	0
20	34	21	33
40	47	23	40
60	67	34	50
80	70	90	80

Задача 2.

Запас сырья на начало первого периода составляет $X_1=1$ ед. продукции. Известна потребность в сырье в каждом периоде:

Период (k)	1	2	3
Спрос (d_k)	2	1	4

Издержки на хранение единицы сырья $a=3$. Затраты на размещение заказа составляют $b=7$, издержки на покупку единицы сырья $c=4$. Если сырье за период не закупается, то предприятие издержек в связи с его закупкой не несет. Составить оптимальный план закупок сырья.

Задача 3.

Возраст оборудования к началу периода эксплуатации составляет $t_1=2$ года. Найти оптимальный план замены оборудования за период продолжительностью $N=3$ года, если известна зависимость годовой прибыли и цены оборудования от возраста:

t	0	1	2	3	4	5
---	---	---	---	---	---	---

R(t)	12	11	9	5	2	0
P(t)	22	14	9	7	5	3

Задача 4.

Пусть первоначальная численность персонала $X_1=4$, а плановым периодом являются предстоящие 3 периода. Известна плановая численность работников в каждом периоде:

Период, k	1	2	3
L_k	3	1	5

При этом известны затраты на прием (a), на увольнение (b), на одного избыточного (c) и одного недостающего работника (d):

a	b	c	d
4	5	6	7

Найти оптимальный план найма и увольнения работников.

Тема 5. Принятие решений в условиях неопределенности и риска.

Вопросы для устного опроса по теме 5.

1. Что такое платежная матрица и матрица рисков?
2. Что такое чистая и смешанная стратегии?
3. Назвать особенности задачи принятия решений в условиях риска.
4. Как строится дерево решений?
5. Назвать особенности задачи принятия решений в условиях неопределенности.
6. Перечислить основные критерии принятия решений в условиях неопределенности.
7. В чем заключается задача многокритериального выбора?
8. В чем заключается метод сводных показателей?
9. Назвать основные подходы к выбору весовых коэффициентов.
10. Какие задачи можно решать с помощью СППР APIS?

ПКЗ по теме 5.

Задача 1.

Компания выбирает ПО для ведения бухгалтерского учета. Рассматриваются 3 варианта: 1) БухСофт, 2) 1С Бухгалтерия, 3) SAP. Если спрос на продукцию оказывается высоким, компания получит возможность выйти на мировой рынок. NPV каждого из вариантов внедрения ИТ в зависимости от спроса приведен в таблице ниже (в млн. руб.):

Вариант/Спрос	Низкий (p=0,3)	Средний (p=0,5)	Высокий (p=0,2)
БухСофт	1	2	4
1С	0	5	7
SAP	-2	1	15

Построить дерево принятия решений. Выбрать наилучший проект.

Задача 2.

Предприятие из предыдущей задачи может провести маркетинговое исследование и получить более точную оценку спроса. Прогнозы сбываются с вероятностью 0,7 (с вероятностью 0,15 предсказывается каждая из неподходящих ситуаций). Переоценить вероятности высокого, среднего и низкого спроса с учетом результатов маркетингового исследования.

Задача 3.

Компания желает открыть интернет-магазин. Есть 3 варианта: 1) шаблонное решение с ограниченным функционалом, 2) индивидуальное решение, 3) индивидуальное решение + услуги по продвижению. NPV каждого из вариантов в зависимости от спроса приведен в таблице ниже (в млн. руб.):

Вариант/Спрос	Низкий ($p=0,6$)	Средний ($p=0,3$)	Высокий ($p=0,1$)
1	5	7	9
2	2	10	15
3	0	20	50

Выбрать наилучший проект. Построить дерево принятия решений.

Задача 4.

Предприятие из предыдущей задачи может провести маркетинговое исследование и получить более точную оценку спроса. Прогнозы сбываются с вероятностью 0,9 (с вероятностью 0,05 предсказывается каждая из неподходящих ситуаций). Переоценить вероятности высокого, среднего и низкого спроса с учетом результатов маркетингового исследования.

Задача 5.

Предприятие выбирает ERP-систему для внедрения. Рассматриваются 5 вариантов: 1) 1С: Предприятие, 2) Галактика ERP, 3) Microsoft Dynamics AX, 4) SAP ERP, 5) Oracle ERP. Чистая текущая стоимость (NPV) от внедрения каждого продукта в зависимости от состояния мировой экономики приведена ниже:

Вариант/ Сценарий	Негативн ый	Умеренно негативн ый	Нейтральн ый	Умеренно позитивн ый	Позитивн ый
1С	4	5	5	6	6
Галактика	3	4	5	7	9
Microsoft	1	2	6	8	10
SAP	-2	0	5	11	15
Oracle	-3	-2	4	12	17

Выбрать наилучший вариант, используя критерии Вальда, Лапласа, максимаксный, Гурвица ($\lambda=0,25$).

Задача 6.

Компания имеет возможность выпустить продукцию на рынок одной из 4-х стран. Ожидаемая прибыль (в млн. руб.) при негативном, нейтральном и позитивном сценариях состояния мировой экономики для каждого решения приведена в таблице:

Страна/Сценарий	Негативный	Нейтральный	Позитивный
X ₁ - Германия	150	170	190
X ₂ - США	120	230	340
X ₃ - Китай	5	110	450
X ₄ - Индия	50	100	430

Найти решение в чистых стратегиях по 4-м критериям: критерию Вальда, критерию Лапласа, максимаксному критерию, критерию Гурвица (для критерия Гурвица использовать $\lambda=0,5$).

Задача 7.

Для предприятия из предыдущей задачи от матрицы выигрышей можно перейти к матрице рисков. Найти решение в чистых стратегиях по 4-м критериям: критерию Сэвиджа, критерию Лапласа, миниминному критерию, критерию Гурвица для рисков (для критерия Гурвица использовать $\lambda=0,5$).

Задача 8.

Предприятие рассматривает 5 проектов внедрения информационных технологий, один из которых должен быть выбран. Характеристики проектов приведены ниже:

Проект	IRR, %	PP, лет	Возможность внедрения собственной IT-службой
A	20	1	Да
B	25	3	Да
C	35	3	Нет
D	22	2	Нет
E	31	4	Да

Рассчитать частные критерии. Минимальное и максимальное значения для характеристик выбрать следующим образом:

- для IRR: минимум – безрисковая доходность $r=8\%$, максимум – наибольшее значение для проектов;
- для PP: минимум – наименьшее значение для проектов, максимум – 5 лет (проекты с большим сроком не рассматриваются).

По мнению эксперта IRR более важный показатель, чем PP, а PP важнее возможности внедрения собственными силами. Определить веса показателей, используя метод парных сравнений. Определить веса показателей, используя метод рандомизированных сводных показателей. Выбрать наилучший проект, оценить надежность полученных результатов.

Задача 9.

Сравниваются 6 инвестиционных проектов, в расчет принимаются 5 характеристик:

Инвестиционный проект	Ожидаемая внутренняя норма доходности (↑)	Срок окупаемости (↓)	Вероятность получения убытков по итогам реализации проекта (↓)	Ликвидность инвестиционного проекта (в баллах от 1 до 5) (↑)	Репутация компании-партнера, предлагающей проект (в баллах от 1 до 5) (↑)
Софинансирование разработки нефтяного месторождения; ОАО Роснефть	27 %	6	0,25	4	4
Финансирование создания новой социальной сети; ООО АйТиСтартап	97 %	5	0,65	1	1
Финансирование модернизации сборочного цеха; ОАО Уралвагонзавод	20 %	6	0,14	3	3
Финансирование расширения торговой сети; ООО Руспродукты	35 %	3	0,43	2	2
Открытие банковского вклада на 1 год; ОАО "Сбербанк"	10 %	1	0,01	5	5
Финансирование строительства торгово-развлекательного центра; ООО Петрострой Девелопмент	30 %	2	0,15	2	3

Предполагается, что вероятность получения убытков более важный показатель, чем ожидаемая внутренняя норма доходности. Ожидаемая норма доходности для инвестора такой же важный показатель, как и ликвидность, но более важный, чем срок окупаемости. Степень влияния репутации является наименее важным показателем. Сравнить проекты, используя метод парных сравнений. Сравнить проекты, используя метод рандомизированных сводных показателей. Оценить надежность полученных результатов.

Задача 10.

900 тыс. избирателей могут проголосовать за одного из пяти кандидатов в мэры: Антонова, Борисова, Васильева, Георгиева и Данилова. Существует 5 групп предпочтений, численности которых:

Группа	Предпочтения	Численность
1	A>B>Г>Б>Д	170
2	Б>Г>Д>А>В	230
3	В>Г>А>Д>Б	140
4	Г>Д>А>Б>В	160
5	Д>В>А>Б>Г	200

1) Кто победит, если на выборах применяется правило простого большинства? 2) Кто победит на выборах, проводящихся в два тура? 3) Кто победит на выборах, проводящихся по принципу Кондорсе? Если имеет место парадокс Кондорсе, выбрать победителя, используя метод Доджсона или метод Шульце.

Тема 6. Основы теории игр. Статические игры.

Вопросы для устного опроса по теме 6.

1. Перечислить особенности задач, рассматриваемых теорией игр.
2. Чем статические игры отличаются от динамических?
3. Что такое нижняя и верхняя цена антагонистической игры?
4. Сформулировать условие существования решения в чистых стратегиях.
5. Что такое равновесие по Нэшу?
6. Перечислить основные этапы решения парной антагонистической игры графическим методом.
7. Что такое биматричная игра?
8. В чем заключается способ построения наилучших ответов?
9. Что такое бесконечная статическая игра?
10. Назвать основные теоретико-игровые модели олигополии.

ПКЗ по теме 6.

Задача 1.

Дана платежная матрица игрока А:

Стратегия	В ₁	В ₂	В ₃	В ₄
A ₁	-5	1	1	2
A ₂	2	3	3	-5
A ₃	7	5	4	5
A ₄	-2	5	2	-2

Найти решение игры в чистых стратегиях или доказать, что такого решения не существует.

Задача 2.

Дана платежная матрица игрока А:

Стратегия	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	3	4	1	2
A_2	2	5	5	4
A_3	1	2	3	4
A_4	4	3	1	4

Требуется исключить доминируемые стратегии и найти решение игры в смешанных стратегиях графическим способом.

Задача 3.

Дана платежная матрица игрока А:

Стратегии	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	0	6	1	-1
A_2	4	0	3	7

Найти решение игры в смешанных стратегиях графическим методом. Получить оптимальные решения пары двойственных задач игроков симплекс-методом.

Задача 4.

Дана платежная матрица игрока А:

Стратегии	B_1	B_2
A_1	3	-2
A_2	6	-4
A_3	-3	5
A_4	-1	4

Найти решение игры в смешанных стратегиях графическим методом. Получить оптимальные решения пары двойственных задач игроков симплекс-методом.

Задача 5.

Найти все равновесия по Нэшу для следующей биматричной игры:

Стратегии	B_1	B_2	B_3
A_1	(1; 2)	(4; 4)	(-4; 3)
A_2	(4; 3)	(1; 0)	(2; 1)
A_3	(2; 3)	(6; 6)	(3; 7)

Задача 6.

Найти все равновесия по Нэшу для следующей биматричной игры:

Стратегии	B_1	B_2	B_3
A_1	(3; -1)	(1; 5)	(4; 1)
A_2	(2; 1)	(-1; 7)	(5; 0)
A_3	(1; 5)	(1; -1)	(5; 1)

Задача 7.

Найти все равновесия по Нэшу для следующей биматричной игры:

Стратегии	B ₁	B ₂	B ₃
A ₁	(2; 4)	(0; 1)	(4; 3)
A ₂	(0; -1)	(2; 3)	(1; 2)

Задача 8.

Однородную продукцию выпускают 2 фирмы-олигополиста. а спрос определяется функцией:

$$D: P = 250 - 5(q_1 + q_2).$$

где q_1 и q_2 - выпуск продукции 1-й и 2-й фирмы.

1-я фирма тратит $c_1 = 30$ д.е. на единицу продукции, а 2-я – $c_2 = 45$ д.е. Фирмы одновременно и независимо друг от друга принимают решение об объеме выпуска. Найти равновесие по Нэшу в данной игре. Найти рыночную цену, а также прибыль, которую в этом случае получают фирмы.

Задача 9.

2 фирмы-олигополиста выпускают дифференцированную продукцию двух видов. Спрос на продукцию 1-й фирмы описывается функцией:

$$q_1(p_1, p_2) = 90 - 4p_1 + 3p_2,$$

а спрос на продукцию 2-й фирмы:

$$q_2(p_1, p_2) = 75 - 6p_2 + 5p_1.$$

Удельные переменные издержки первой фирмы составляют $c_1 = 5$ д.е., а второй фирмы – $c_2 = 6$ д.е. Фирмы одновременно и независимо друг от друга принимают решение о цене на свою продукцию. Найти равновесие по Нэшу. Найти объем выпуска и прибыль, которую в таком случае получит каждая из фирм.

Тема 7. Динамические игры. Повторяемые игры.

Вопросы для устного опроса по теме 7.

1. Что такое нормальная и развернутая форма игры?
2. Что такое информационное множество?
3. В чем состоит отличие динамических игр с совершенной информацией от игр с несовершенной информацией?
4. Чем отличается равновесие по Нэшу от совершенного под-игрового равновесия по Нэшу.
5. Перечислить последовательность решения динамической игры методом обратной индукции.
6. Как найти все совершенные под-игровые равновесия по Нэшу динамической игры с участием природы.
7. Назвать основные элементы бесконечно повторяемой игры.
8. Как найти выигрыш игрока в бесконечно повторяемой игре?
9. Что представляют собой стратегии переключения?
10. Сформулировать стратегии переключения для бесконечно повторяемой дилеммы заключенных.

ПКЗ по теме 7.

Задача 1.

На рынке однородного продукта действуют 2 фирмы: лидер и последователь. Первый ход делает лидер, выбирая объем выпуска q_1 , а последователь делает ход вторым, выбирая объем q_2 . Спрос на продукцию определяется функцией:

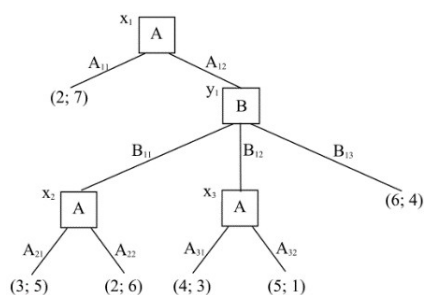
$$D: P = 75 - 3(q_1 + q_2).$$

Лидер тратит $c_1 = 10$ д.е. на единицу продукции, а последователь – $c_2 = 15$ д.е.

Найти равновесие по Нэшу. Найти цену, которая установится на рынке. Найти прибыль каждой из фирм в этом случае.

Задача 2.

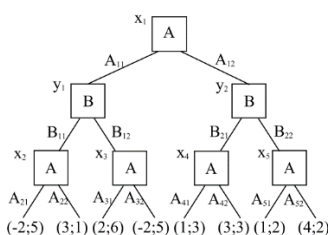
Динамическая игра с совершенной информацией задана в развернутой форме:



Найти все совершенные под-игровые равновесия по Нэшу, применяя метод обратной индукции.

Задача 3.

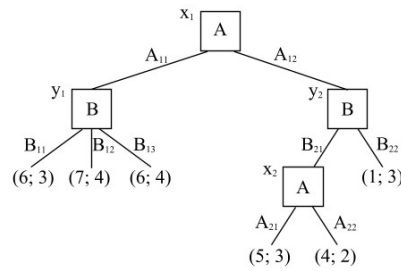
Динамическая игра с совершенной информацией задана в развернутой форме:



Найти все совершенные под-игровые равновесия по Нэшу, применяя метод обратной индукции.

Задача 4.

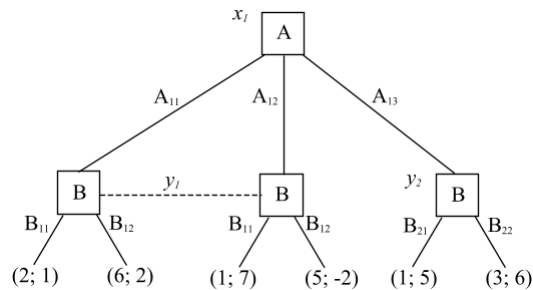
Динамическая игра с совершенной информацией задана в развернутой форме:



Найти все совершенные под-игровые равновесия по Нэшу, применяя метод обратной индукции.

Задача 5.

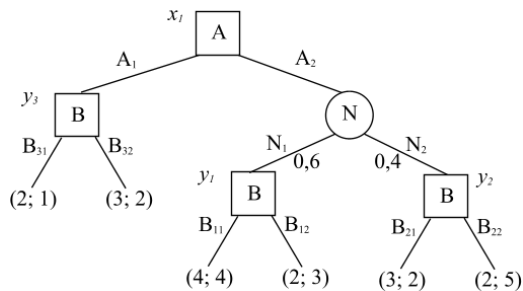
Динамическая игра с несовершенной информацией задана в развернутой форме:



Представить игру в нормальной форме. Найти все равновесия по Нэшу и все совершенные под-игровые равновесия данной игры.

Задача 6.

Игра двух игроков A и B с участием природы N задана в развернутой форме:



Природа применяет действия N_1 и N_2 с вероятностями $p_1=0,6$ и $p_2=0,4$. Найти все совершенные под-игровые равновесия по Нэшу данной игры.

Задача 7.

Задана бесконечная игра $G(\infty, \delta)$ с базовой игрой G :

Стратегии	B_1	B_2
A_1	(5; 3)	(10; 1)
A_2	(1; 6)	(6; 4)

Сформулировать стратегии жесткого переключения, при которых игроки будут разыгрывать исход (A_2, B_2) в каждой игре. Найти множество значений коэффициента дисконтирования δ , при которых эти стратегии образуют совершенное под-игровое равновесие по Нэшу.

Задача 8.

Задана бесконечная игра $G(\infty, \delta)$ с базовой игрой G :

Стратегии	B_1	B_2
A_1	(1; 8)	(4; 5)
A_2	(3; 2)	(6; -1)

Сформулировать стратегии жесткого переключения, при которых игроки будут разыгрывать исход (A_1, B_2) в каждой игре. Найти множество значений коэффициента дисконтирования δ , при которых эти стратегии образуют совершенное под-игровое равновесие по Нэшу.

5.2. Типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся (вне контрольных точек):
приведены в п.6.2.

5.3. Один или несколько тематических блоков дисциплины завершаются контрольной точкой (далее – КТ). Текущий контроль успеваемости по дисциплине предусматривает не менее 2 (двух) и не более 10 (десяти) КТ в течение периода освоения дисциплины.

Максимальное количество баллов за любой тип работ в рамках КТ составляет 100 (сто) баллов.

Распределение весовых коэффициентов по КТ в рамках текущего контроля успеваемости по дисциплине и формулы расчета:

Наименование контрольной точки	Максимальное количество баллов за работу в рамках КТ, которое может набрать студент	Коэффициент веса контрольной точки	Результат контрольной точки, участвующий в формировании итоговой балльной оценки по дисциплине (отражается в журнале БРС в СДО)
4 семестр			
КТ –1	100	0,15	15
КТ –2	100	0,15	15
КТ –3	100	0,15	15
КТ – 4	100	0,15	15
Итого:	х	0,6	60
5 семестр			
КТ –1	100	0,2	20
КТ –2	100	0,2	20
КТ – 3	100	0,2	20
Итого	х	0,6	60

Формула расчета результата контрольной точки:

Результат контрольной точки = Количество баллов за работу в рамках КТ х

Коэффициент веса контрольной точки.

5.4. Формы текущего контроля успеваемости обучающихся в рамках КТ и типовые оценочные материалы:

4 семестр

КТ-1

Тема 1.

Устный опрос.

Практическое контрольное задание (ПКЗ).

КТ-2

Тема 2.

Устный опрос.

Практическое контрольное задание (ПКЗ).

КТ-3

Тема 3.

Устный опрос.

Практическое контрольное задание (ПКЗ).

КТ-4

Тема 4.

Устный опрос.

Практическое контрольное задание (ПКЗ).

5 семестр

КТ-1

Тема 5.

Устный опрос.

Практическое контрольное задание (ПКЗ).

КТ-2

Тема 6.

Устный опрос.

Практическое контрольное задание (ПКЗ).

КТ-3

Тема 7.

Устный опрос.

Практическое контрольное задание (ПКЗ).

Для каждой формы текущего контроля успеваемости обучающихся в рамках КТ определены критерии оценивания результатов выполнения задания.

1. Критерии оценивания устного опроса:

Диапазон баллов	Описание критерия
85-100	Обучающийся полно излагает материал (отвечает на вопрос), дает правильное определение основных понятий; обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные; излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.
65-84	Обучающийся дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допускает 1–2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1–2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.
55-64	Обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил; не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.
0-54	Обучающийся обнаруживает незнание вопроса, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал.

2. Критерии оценивания ПКЗ:

Критерии оценки	Диапазон баллов	Описание критерия
Содержание и раскрытие выбранных понятий	41-70	<i>Детальное, последовательное описание всех понятий на примере выбранной системы</i>
	21-40	<i>Поверхностное описание без привязки к выбранной системе</i>
	0-20	<i>Понятия раскрыты минимально или не раскрыты вовсе</i>
Количество выполненных заданий	30	<i>Количество выполненных заданий от 85% до 100%</i>
	15	<i>Количество выполненных заданий от 55% до 84%</i>

	0	<i>Количество выполненных заданий менее 55%</i>
Итого максимально:	100	

5.5. Описание дополнительных материалов и оборудования, необходимых для выполнения проверочных заданий (*при необходимости*).

Для решения задач открытого типа (кейсов, ПКЗ, ПИЗ), тестовых заданий студенту разрешается использование калькулятора; программ для работы с электронными таблицами для обработки, анализа и визуализации данных.

6. Формы промежуточной аттестации, критерии и шкала оценивания, типовые оценочные материалы по дисциплине

6.1. Промежуточная аттестация проводится в форме:

4 семестр – **зачет**, 5 семестр – **экзамен** для очной формы обучения.

4 семестр– **экзамен** для очно-заочной формы обучения.

Зачет проходит в форме устного собеседования по одному теоретическому вопросу и выполнения практического задания. На подготовку к ответу дается 45 минут.

Экзамен проводится в письменной форме. Обучающийся получает экзаменационный билет с вариантами 3-4 заданий различного типа. На выполнение заданий дается 45 минут. По завершении подготовки необходимо представить ответы в письменном виде, подробно изложив ход выполнения задания, сделать выводы (*при необходимости*).

При реализации промежуточной аттестации в ЭО/ДОТ могут быть использованы следующие формы: устно в ДОТ - в форме обоснованных ответов на задания различного типа; письменно в СДО - в форме письменного решения заданий различного типа; тестирование в СДО.

6.2. Типовые оценочные материалы промежуточной аттестации.

Вопросы для подготовки к зачету.

1. Постановка задачи математического программирования. Переменные задачи, целевая функция и ограничения.
2. Классификация задач математического программирования.
3. Постановка задачи линейного программирования. Задача об использовании ресурсов.
4. Задача линейного программирования. Область допустимых решений, целевая функция, оптимальное решение.
5. Многогранники в n-мерном пространстве. Выпуклая оболочка. Симплекс.

6. Графический метод решения задачи линейного программирования. Первая и вторая геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.
7. Каноническая форма задачи линейного программирования. Приведение задачи к канонической форме.
8. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования.
9. Проблема поиска начального базисного решения. Метод искусственного базиса.
10. Двойственные задачи линейного программирования. Свойства двойственных задач и алгоритм их составления.
11. Двойственные задачи линейного программирования. Задача о теневых ценах.
12. Двойственные задачи линейного программирования. Первая теорема двойственности.
13. Вторая теорема двойственности. Условия дополняющей нежесткости.
14. Двойственный симплекс-метод. Алгоритм метода.
15. Анализ устойчивости решения задачи линейного программирования. Допустимые изменения коэффициентов целевой функции.
16. Анализ устойчивости решения задачи линейного программирования. Допустимые изменения правых частей ограничений.
17. Постановка транспортной задачи. Замкнутые и открытые транспортные задачи.
18. Методы нахождения начального базисного решения транспортной задачи. Метод северо-западного угла и метод наименьшего элемента.
19. Метод потенциалов решения транспортной задачи. Алгоритм метода.
20. Задача нелинейного программирования. Классические методы поиска экстремумов целевой функции.
21. Метод множителей Лагранжа нахождения условного экстремума.
22. Задача потребительского выбора как задача нелинейного программирования.
23. Задача выбора оптимальной производственной технологии как задача нелинейного программирования.
24. Обобщенный метод множителей Лагранжа.
25. Выпуклые множества и выпуклые функции. Задача выпуклого программирования.
26. Условия Куна-Таккера. Седловая точка функции Лагранжа.
27. Градиентные методы решения задач нелинейного программирования.
28. Задача квадратичного программирования.
29. Выбор оптимального портфеля ценных бумаг по Марковицу.
30. Выбор оптимального портфеля ценных бумаг по Тобину.
31. Задача построения стабильной агрегированной валюты.

32. Задача целочисленного линейного программирования.
33. Метод Гомори решения задач целочисленного линейного программирования.
34. Метод ветвей и границ решения задач целочисленного программирования.
35. Определение графа и сети, их элементы и свойства.
36. Задачи дискретного программирования.
37. Задача поиска кратчайшего пути в графе. Алгоритм Дейкстры.
38. Метод ветвей и границ решения задач дискретного программирования.
39. Задача коммивояжера, методы ее решения.
40. Задача сетевого планирования. Правила составления сетевой модели.
41. Критический путь. Алгоритм поиска критического пути в сети.
42. Задача сетевого планирования. Расчет характеристик событий и работ.
43. Транспортная задача в сетевой постановке.
44. Задача максимизации потока в сети. Алгоритм Форда-Фалкерсона.
45. Сведение задач дискретного программирования к задачам целочисленного программирования.

Типовые задания для зачета.

Задача 1.

Предприятие выпускает продукцию 2-х видов. Цена единицы продукции 1-го вида равна 5000, цена единицы продукции 2-го вида равна 4000. Затраты ресурсов на производство продукции и их запасы приведены в таблице:

Ресурс	Затраты на ед. продукции		Запасы
	Прод. 1	Прод. 2	
Ресурс 1	4	3	24
Ресурс 2	3	5	15

Найти оптимальный план выпуска, при котором предприятие получает максимальный доход. Решить задачу графическим методом.

Задача 2.

Предприятие выпускает продукцию 2-х видов. Цена единицы продукции 1-го вида равна 6000, цена единицы продукции 2-го вида равна 2000. Затраты ресурсов на производство продукции и их запасы приведены в таблице:

Ресурс	Затраты на ед. продукции		Запасы
	Прод. 1	Прод. 2	
Ресурс 1	5	1	20
Ресурс 2	2	6	18

Найти оптимальный план выпуска, при котором предприятие получает максимальный доход. Решить задачу графическим методом.

Задача 3.

Предприятие выпускает продукцию 2-х видов. Цена единицы продукции 1-го вида равна 3000, цена единицы продукции 2-го вида равна 6000. Затраты ресурсов на производство продукции и их запасы приведены в таблице:

Ресурс	Затраты на ед. продукции		Запасы
	Прод. 1	Прод. 2	
Ресурс 1	5	4	20
Ресурс 2	4	6	24

Найти оптимальный план выпуска, при котором предприятие получает максимальный доход. Решить задачу симплекс-методом. Составить двойственную задачу о теневых ценах и получить ее решение.

Задача 4.

Предприятие выпускает продукцию 2-х видов. Цена единицы продукции 1-го вида равна 5000, цена единицы продукции 2-го вида равна 3000. Затраты ресурсов на производство продукции и их запасы приведены в таблице:

Ресурс	Затраты на ед. продукции		Запасы
	Прод. 1	Прод. 2	
Ресурс 1	4	1	40
Ресурс 2	1	2	24

Найти оптимальный план выпуска, при котором предприятие получает максимальный доход. Решить задачу симплекс-методом. Составить двойственную задачу о теневых ценах и получить ее решение.

Задача 5.

Транспортные издержки, а также спрос и предложение в каждом пункте приведены в таблице:

Пункты	Потребитель 1	Потребитель 2	Потребитель 3	Предложение
Поставщик 1	2	1	5	150
Поставщик 2	1	6	2	150
Поставщик 3	4	5	1	100
Спрос	100	100	200	

Требуется доставить продукцию от поставщиков потребителям с наименьшими затратами. Решить транспортную задачу методом потенциалов (в качестве начального плана перевозок взять план, полученный методом северо-западного угла).

Задача 6.

Транспортные издержки, а также спрос и предложение в каждом пункте приведены в таблице:

Пункты	Потребитель 1	Потребитель 2	Потребитель 3	Предложение
Поставщик 1	1	6	5	100
Поставщик 2	2	1	4	150
Поставщик 3	1	5	1	150
Спрос	200	100	100	

Требуется доставить продукцию от поставщиков потребителям с наименьшими затратами. Решить транспортную задачу методом потенциалов (в качестве начального плана перевозок взять план, полученный методом северо-западного угла).

Задача 7.

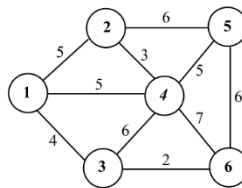
Функция полезности потребителя $U = 4X^{0.5}Y^{0.5}$, где X и Y - количества благ 1-го и 2-го вида. Бюджет потребителя составляет 1000 д.е. Цена единицы блага 1-го вида составляет 20 д.е., а цена единицы блага 2-го вида - 25 д.е. Применяя метод множителей Лагранжа, найти набор благ, который купит рациональный потребитель, и соответствующую ему полезность.

Задача 8.

Производственная функция имеет вид $Q = 5K^{0.7}L^{0.3}$. Цена единицы капитала составляет 4 д.е., цена единицы труда составляет 5 д.е. Общие затраты фирмы на приобретение факторов производства составляют 200 д.е. Применяя метод множителей Лагранжа, выбрать оптимальную производственную технологию и соответствующий ей выпуск.

Задача 9.

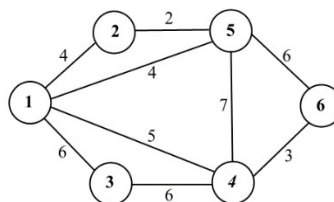
Имеется 6 населенных пунктов, соединенных дорогами. Дорожная сеть изображена ниже:



Найти кратчайший путь между пунктами (6) и (2), используя алгоритм Дейкстры поиска кратчайшего пути в графе.

Задача 10.

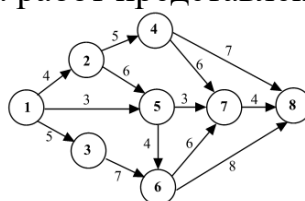
Имеется 6 населенных пунктов, соединенных дорогами. Дорожная сеть изображена ниже:



Найти кратчайший путь между пунктами (3) и (5), используя алгоритм Дейкстры поиска кратчайшего пути в графе.

Задача 11.

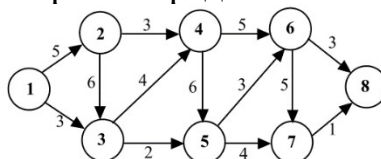
Сетевая модель комплекса работ представлена ниже:



Найти критический путь, используя алгоритм поиска критического пути.

Задача 12.

Сетевая модель комплекса работ представлена ниже:



Найти критический путь, используя алгоритм поиска критического пути.

Вопросы для подготовки к экзамену.

1. Задачи динамического программирования. Переменные состояния и управления, целевая функция, ограничения.
2. Принцип оптимальности Беллмана.
3. Рекуррентные уравнения Беллмана. Условная и безусловная оптимизация.
4. Задача об использовании ресурсов. Этапы ее решения.
5. Задача о замене оборудования. Этапы ее решения.
6. Задача об управлении запасами. Этапы ее решения.
7. Задача о найме работников. Этапы ее решения.
8. Решение задачи поиска кратчайшего пути в графе методами динамического программирования.
9. Сведение задач динамического программирования к задачам целочисленного программирования.
10. Принятие решений в условиях риска. Дерево решений.
11. Критерий математического ожидания принятия решений в условиях риска.
12. Применение байесовского подхода к принятию решений в условиях риска.
13. Принятие решений в условиях неопределенности.
14. Основные критерии принятия решений в условиях неопределенности: критерий Вальда, критерий Лапласа, максимаксный критерий, критерий Гурвица.

15. Основные критерии принятия решений в условиях неопределенности: критерий Сэвиджа, критерий Лапласа, миниминный критерий, критерий Гурвица для рисков.
16. Задача многокритериального выбора. Основные подходы к ее решению.
17. Измерительные шкалы, допустимые действия и допустимые преобразования.
18. Метод сводных показателей решения задачи многокритериального выбора.
19. Проблема выбора весовых коэффициентов и методы ее решения.
20. Метод парных сравнений выбора весовых коэффициентов.
21. Метод рандомизированных сводных показателей.
22. Иерархический метод сводных показателей.
23. Основы теории общественного выбора. Принцип Кондорсе и парадокс Кондорсе.
24. Метод Борда принятия экономических и политических решений.
25. Способы преодоления парадокса Кондорсе. Метод Доджсона.
26. Способы преодоления парадокса Кондорсе. Метод Шульце.
27. Теорема Эрроу о коллективном выборе.
28. Модель медианного избирателя. Неэффективность коллективных решений.
29. Основные определения теории игр. Классификация игр.
30. Чистые и смешанные стратегии. Строго доминируемые стратегии.
31. Равновесие по Нэшу в чистых и смешанных стратегиях.
32. Статические игры с полной информацией.
33. Парные антагонистические игры. Решение в чистых стратегиях.
34. Решение антагонистических игр в смешанных стратегиях.
35. Графический метод решения парных антагонистических игр с матрицей $m \times 2$ и $2 \times n$.
36. Приведение парной антагонистической игры к задаче линейного программирования.
37. Биматричные игры. Способ построения наилучших ответов.
38. Бесконечные статические игры. Дуополия Курно.
39. Бесконечные статические игры. Дуополия Бертрана.
40. Динамические игры с полной информацией. Развернутая и нормальная форма игры.
41. Совершенное под-игровое равновесие по Нэшу.
42. Динамические игры с совершенной информацией. Метод обратной индукции.
43. Динамические игры с несовершенной информацией.
44. Динамические игры с участием природы.
45. Бесконечные динамические игры. Дуополия Штакельберга.
46. Повторяемые игры. Базовая игра. Коэффициент дисконтирования.
47. Стратегии жесткого и наивного переключения.

48. Бесконечно повторяемая дуополия Курно.
 49. Динамические игры с неполной информацией. Равновесие Байеса-Нэша.
 50. Аукционные механизмы и их теоретико-игровые модели.

Типовые задания для экзамена.

Задача 1.

Требуется инвестировать $X_1=100$ млн. руб. в 4 проекта. Прибыль, приносимая проектами в зависимости от объема инвестиций, приведена в таблице:

Y	p_1	p_2	p_3	p_4
0	0	0	0	0
20	15	5	20	5
40	40	20	30	25
60	45	35	35	40
80	50	65	38	58
100	55	80	40	62

Требуется распределить ресурсы наиболее выгодным для инвестора образом.

Задача 2.

Запас сырья на начало года составляет $X_1 = 2$ ед. продукции. Известна потребность в сырье в каждом квартале:

Квартал (k)	1	2	3	4
Спрос (d_k)	4	3	2	3

Издержки на хранение единицы сырья $a=2$. Затраты на размещение заказа составляют $b=10$, издержки на покупку единицы сырья $c=3$. Если сырье за квартал не закупается, то предприятие издержек в связи с его закупкой не несет. Составить оптимальный план закупок сырья.

Задача 3.

Возраст оборудования к началу периода эксплуатации составляет $t_1=1$ год. Найти оптимальный план замены оборудования за период продолжительностью $N=4$ года, если известна зависимость годовой прибыли и цены оборудования от возраста:

t	0	1	2	3	4	5
R(t)	7	6	4	3	1	0
P(t)	12	7	5	4	2	1

Задача 4.

Пусть первоначальная численность персонала $X_1=4$, а плановым периодом являются предстоящий год (4 квартала). Известна плановая численность работников в каждом квартале:

Квартал, k	1	2	3	4
L_k	5	4	6	3

При этом известны затраты на прием (a), на увольнение (b), на одного избыточного (c) и одного недостающего работника (d):

a	b	c	d
2	6	4	8

Составить оптимальный план найма работников.

Задача 5.

Компания рассматривает 3 проекта (А, В, С). Вероятности низкого, среднего и высокого спроса, а также NPV каждого из проектов в зависимости от спроса приведен в таблице ниже (в млн. руб.):

Вариант/Спрос	Низкий ($p=0,5$)	Средний ($p=0,4$)	Высокий ($p=0,1$)
А	1	4	9
В	2	6	10
С	0	3	12

Построить дерево принятия решений и выбрать наилучший проект.

Задача 6.

Компания рассматривает 3 проекта (А, В, С). Вероятности низкого, среднего и высокого спроса, а также NPV каждого из проектов в зависимости от спроса приведен в таблице ниже (в млн. руб.):

Проект/Спрос	Низкий ($p=0,4$)	Средний ($p=0,5$)	Высокий ($p=0,1$)
А	-4	4	12
В	-5	5	11
С	-1	3	7

Построить дерево принятия решений и выбрать наилучший проект.

Задача 7.

Компания рассматривает 3 проекта (А, В, С). Вероятности низкого, среднего и высокого спроса, а также NPV каждого из проектов в зависимости от спроса приведен в таблице ниже (в млн. руб.):

Проект/Спрос	Низкий	Умеренно низкий	Средний	Умеренно о высокий	Высокий
А	-6	-3	1	8	15
В	-3	-1	2	4	7
С	-5	-2	0	9	13

Выбрать наилучший проект, используя критерий Вальда, критерий Лапласа и максимаксный критерий.

Задача 8.

Компания рассматривает 3 проекта (А, В, С). Вероятности низкого, среднего и высокого спроса, а также NPV каждого из проектов в зависимости от спроса приведен в таблице ниже (в млн. руб.):

Проект/Спрос	Низкий	Умеренно низкий	Средний	Умеренно о высокий	Высокий
А	-2	-1	2	6	15
В	-10	-6	0	13	25
С	-1	0	4	6	10

Выбрать наилучший проект, используя критерий Вальда, критерий Лапласа и максимаксный критерий.

Задача 9.

Известна платежная матрица игрока А

Стратегия	В ₁	В ₂	В ₃
А ₁	3	8	5
А ₂	7	4	9
А ₃	4	9	6

Найти решение антагонистической игры в чистых или в смешанных стратегиях.

Задача 10.

Известна платежная матрица игрока А

Стратегия	В ₁	В ₂	В ₃
А ₁	3	8	5
А ₂	7	4	9
А ₃	4	9	6

Найти решение антагонистической игры в чистых или в смешанных стратегиях.

Задача 11.

Найти все равновесия по Нэшу в чистых и в смешанных стратегиях для следующей биматричной игры:

Стратегии	В ₁	В ₂	В ₃
А ₁	(1; 6)	(6; 2)	(3; 1)
А ₂	(5; 1)	(2; 5)	(2; 3)
А ₃	(2; 5)	(3; 4)	(5; 2)

Задача 12.

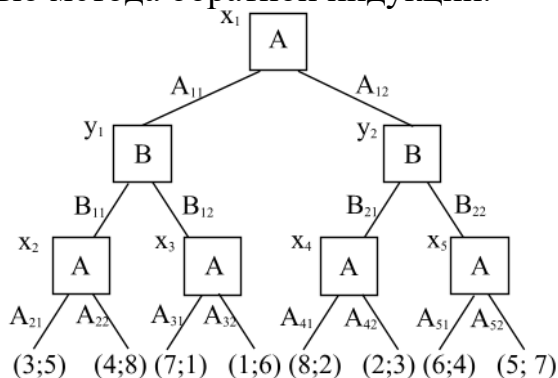
Найти все равновесия по Нэшу в чистых и в смешанных стратегиях для следующей биматричной игры:

Стратегии	В ₁	В ₂	В ₃
-----------	----------------	----------------	----------------

A_1	(1; 5)	(4; 2)	(5; 3)
A_2	(2; 1)	(3; 3)	(2; 1)
A_3	(5; 2)	(2; 3)	(5; 4)

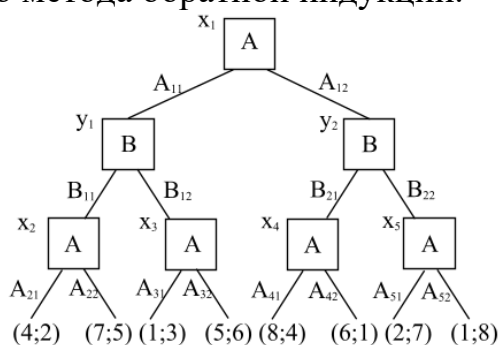
Задача 13.

Динамическая игра с полной и совершенной информацией задана в развернутой форме. Найти все совершенные под-игровые равновесия данной игры с помощью метода обратной индукции.



Задача 14.

Динамическая игра с полной и совершенной информацией задана в развернутой форме. Найти все совершенные под-игровые равновесия данной игры с помощью метода обратной индукции.



Задача 15.

Задана бесконечная игра $G(\infty, \delta)$ с базовой игрой G :

Стратегии	B_1	B_2
A_1	(0; 8)	(3; 5)
A_2	(1; 2)	(4; -1)

Найти равновесие по Нэшу в чистых стратегиях в базовой игре G . Сформулировать стратегии жесткого переключения, при которых игроки будут разыгрывать исход (A_1, B_2) в каждой игре. Найти множество значений коэффициента дисконтирования δ , при которых эти стратегии образуют совершенное под-игровое равновесие по Нэшу.

Задача 16.

Задана бесконечная игра $G(\infty, \delta)$ с базовой игрой G :

Стратегии	B_1	B_2
A_1	(2; 1)	(6; -2)
A_2	(0; 5)	(4; 2)

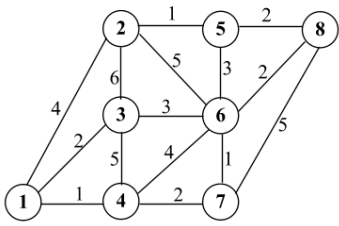
Найти равновесие по Нэшу в чистых стратегиях в базовой игре G. Сформулировать стратегии жесткого переключения, при которых игроки будут разыгрывать исход (A_2, B_2) в каждой игре. Найти множество значений коэффициента дисконтирования δ , при которых эти стратегии образуют совершенное под-игровое равновесие по Нэшу.

Типовые проверочные задания для самоподготовки обучающегося к промежуточной аттестации:

ТИП ЗАДАНИЯ	СЦЕНАРИИ ВЫПОЛНЕНИЯ	ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ
Задание закрытого типа с выбором одного правильного ответа из нескольких вариантов предложенных	1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов. 2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа. 3. Выбрать один верный ответ. 4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа (например, 3 или B).	1. Транспортная задача относится к задачам: 1. Линейного программирования. 2. Квадратичного программирования. 3. Динамического программирования. 4. Теоретико-игровым задачам.
		2. Целевой функцией задачи Марковица является: 1) Доходность портфеля. 2) Дисперсия доходности портфеля. 3) Вес акции в портфеле. 4) Безрисковая доходность.
Задание закрытого типа с выбором нескольких правильных ответов из нескольких вариантов предложенных	1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается несколько правильных ответов из предложенных вариантов. 2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа. 3. Выбрать несколько правильных ответов. 4. Записать только номера (или буквы) выбранного варианта ответа (например, 1 4 или A Г).	1. Максимум целевой функции задачи линейного программирования может не может достигаться: 1) В единственной угловой точке множества допустимых решений; 2) Только на конечном множестве угловых точек; 3) На выпуклой оболочке нескольких угловых точек; 4) Во внутренней точке множества допустимых решений.
		2. К каким выводам можно прийти, решая задачу линейного программирования М-методом? 1) Исходная задача имеет единственное решение; 2) Исходная задача бесконечно много решений; 3) Исходная задача не имеет решения вследствие неограниченности целевой функции; 4) Исходная задача имеет ровно 5 решений; 5) Исходная задача не имеет решения вследствие

		несовместности системы ограничений.
Задание закрытого типа на установление соответствия	1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидаются пары элементов. 2. Внимательно прочитать оба списка: список 1 – вопросы, утверждения, факты, понятия и т.д.; список 2 – утверждения, свойства объектов и т.д. 3. Сопоставить элементы списка 1 с элементами списка 2, сформировать пары элементов. 4. Записать попарно буквы и цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа (например, А1 или Б4).	1. Установите соответствие между ситуацией и выводом, который можно сделать: 1) Оценки всех небазисных столбцов положительные; 2) Оценка одного небазисного столбца равна нулю, а оценки остальных небазисных столбцов положительны; 3) Оценка одного из небазисных столбцов отрицательна, среди элементов этого столбца есть положительные; 4) Оценки нескольких небазисных столбцов отрицательные, среди элементов этих столбцов нет положительных; А) Найдено единственное оптимальное решение; Б) Найдено оптимальное решение, но оно не единственное; В) Следует продолжить решение задачи, перейдя к новому плану; Г) Целевая функция неограниченно возрастает. 2. Дана задача линейного программирования: $f(Y) = 120y_1 + 400y_2 \rightarrow \min; \begin{cases} 3y_1 + 20y_2 \geq 20; \\ 6y_1 + 10y_2 \geq 20; \\ y_1 \geq 0; y_2 \geq 0. \end{cases}$ Установите соответствие между обозначениями и названиями: 1) y_1, y_2. 2) $f(Y) = 120y_1 + 400y_2$ 3) $3y_1 + 20y_2 \geq 20$ 4) $\rightarrow \min$ А) переменные Б) целевая функция В) ограничение Г) тип экстремума
Задание закрытого типа на установление последовательности	1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается последовательность элементов. 2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.	1. Укажите последовательность решения задачи линейного программирования М-методом: 1) Ввести искусственные переменные в целевую функцию и ограничения исходной задачи; 2) Составить первую симплексную таблицу;

	3. Построить верную последовательность из предложенных элементов. 4. Записать буквы/цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа в нужной последовательности (например, БВА или 135).	3) Решить задачу симплекс-методом; 4) Записать решение исходной задачи, если оно существует. 2. Перечислить последовательность шагов при решении задачи линейного программирования двойственным симплекс-методом: 1) Записать задачу в канонической форме 2) Найти начальный допустимый псевдоплан 3) Проверить выполнение условия оптимальности 4) При необходимости перейти к новому псевдоплану.																																			
Задание комбинированного типа с выбором одного правильного ответа из предложенных и обоснованием выбора	1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов. 2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа. 3. Выбрать один верный ответ. 4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа. 5. Записать аргументы, обосновывающие выбор ответа (например, текст обоснования).	1. Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа. Функция $z = x^2 + y^2$ в точке (0, 0): 1) имеет максимум; 2) имеет минимум; 3) имеет седловую точку; 4) не имеет никаких особенностей. 2. На некоторой итерации получена следующая симплексная таблица: <table><tr><th>Базис</th><th>C</th><th>4000</th><th>8000</th><th>0</th><th>0</th><th>b</th></tr><tr><td></td><td></td><th>x_1</th><th>x_2</th><th>s_1</th><th>s_2</th><td></td></tr><tr><td>s_1</td><td>0</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td><td>0</td><td>15</td></tr><tr><td>s_2</td><td>0</td><td>3</td><td>2</td><td>0</td><td>1</td><td>15</td></tr><tr><td>Оценка Δ</td><td></td><td>-4000</td><td>-8000</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr></table> Какой вывод можно сделать? 1) Найден единственный оптимальный план; 2) Найден оптимальный план, но существуют и другие оптимальные планы; 3) План не является оптимальным, от него следует перейти к другому; 4) Задача не имеет решения вследствие неограниченности целевой функции.	Базис	C	4000	8000	0	0	b			x_1	x_2	s_1	s_2		s_1	0	2	3	1	0	15	s_2	0	3	2	0	1	15	Оценка Δ		-4000	-8000	0	0	0
Базис	C	4000	8000	0	0	b																															
		x_1	x_2	s_1	s_2																																
s_1	0	2	3	1	0	15																															
s_2	0	3	2	0	1	15																															
Оценка Δ		-4000	-8000	0	0	0																															
Задание открытого типа с развернутым ответом	1. Внимательно прочитать текст задания и понять суть вопроса. 2. Продумать логику и полноту ответа. 3. Записать ответ, используя четкие компактные формулировки. 4. В случае расчетной задачи, записать решение и ответ	1. Дана задача линейного программирования: $z = -2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 \leq -1; \\ 4x_1 - 10x_2 - x_3 \leq -4; \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 11; \end{cases}$ Решить задачу линейного программирования двойственным симплекс-методом. 2. Однородную продукцию выпускают 2 фирмы																																			

		олигополиста. а спрос определяется функцией: $D: P = 350 - 7(q_1 + q_2).$ где q_1 и q_2 - выпуск продукции 1-й и 2-й фирмы. 1-я фирма тратит $c_1=36$ д.е. на единицу продукции, а 2-я – $c_2=28$ д.е. Фирмы одновременно и независимо друг от друга принимают решение об объеме выпуска. Найти равновесие по Нэшу в данной игре. Найти рыночную цену, а также прибыль, которую в этом случае получают фирмы. 3. Граф представлен ниже:  Найти кратчайший путь из вершины (2) в вершину (7), используя алгоритм Дейкстры.
--	--	--

6.3. Критерии и шкала оценивания на основе БРС.

Критерии и балльная шкала определяются преподавателем

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ	РЕЗУЛЬТАТ В БАЛЛАХ
<i>Дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса, решил предложенные практические задания без ошибок</i>	40
<i>Дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где студент демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и семинарских занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу, дает аргументированные ответы, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с небольшими неточностями.</i>	30-39
<i>Дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа</i>	20-29

<i>явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.</i>	
<i>Дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Выводы поверхностны. Решение практических заданий не выполнено, т.е. студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.</i>	0-19

6.4. Описание дополнительных материалов и оборудования, необходимых для выполнения проверочных заданий (*при необходимости*).

Для решения задач открытого типа (кейсов, ПКЗ, ПИЗ), тестовых заданий студенту разрешается использование калькулятора; программ для работы с электронными таблицами для обработки, анализа и визуализации данных.

7. Методические материалы по освоению дисциплины

Для изучения основных вопросов образовательной программы необходимо конспектировать материалы лекций, работать с рекомендованной преподавателем литературой, а также ресурсами информационно-телекоммуникационной сети «Интернет». Для приобретения навыков активного использования знаний полезно обсуждать плановые и возникающие вопросы, а также решаемые задачи на практических занятиях. Чтобы легче и прочнее усвоить материал следует постоянно использовать конкретные примеры, сравнения из уже полученных областей наук.

Для закрепления изученного материала даны вопросы по каждой теме дисциплины, на которые следует самостоятельно найти ответы.

Важной составной частью учебного процесса в вузе являются практические занятия. Практические занятия проводятся главным образом по дисциплинам, требующим закрепления навыков решения задач, и помогают студентам глубже усвоить учебный материал, приобрести умения применять принципы системного подхода к решению

разнообразных задач, определять и оценивать ресурсы и существующие ограничения разного рода проектов.

При подготовке к практическим занятиям необходимо проанализировать конспект лекции, ознакомиться с рекомендованной литературой по соответствующей теме, осуществить подготовку по рекомендованным в рабочей программе вопросам для обсуждения темы, выполнить домашнее задание (при необходимости).

Необходимо помнить, что на лекции обычно рассматривается не весь материал, а только его часть. Остальная его часть восполняется в процессе самостоятельной работы. В связи с этим работа с рекомендованной литературой обязательна. Особое внимание при этом необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов. В процессе этой работы студент должен стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобраться в иллюстративном материале. В процессе подготовки к занятиям рекомендуется взаимное обсуждение материала, во время которого закрепляются знания, а также приобретается практика в изложении и разъяснении полученных знаний, развивается речь. При необходимости следует обращаться за консультацией к преподавателю (в том числе по электронной почте). Планируя консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения. Заканчивать подготовку следует составлением плана (конспекта) по изучаемому материалу (вопросу). Это позволяет составить концентрированное, сжатое представление по изучаемым вопросам. Записи имеют первостепенное значение для самостоятельной работы студентов. Они помогают понять построение изучаемого материала, выделить основные положения, проследить их логику. Кроме того, ведение записей способствует превращению чтения в активный процесс, мобилизует, наряду со зрительной, и моторную память. Следует помнить: у студента, систематически ведущего записи, создается свой индивидуальный фонд методических материалов для быстрого повторения изученных вопросов, для мобилизации накопленных знаний. Особенно важны и полезны записи тогда, когда в них находят отражение мысли, возникшие при самостоятельной работе.

После изучения базовых тем курса проводится текущий контроль знаний студентов в виде опроса или письменного тестирования. Типовые тесты и задания по темам дисциплины приведены в специальном разделе данной рабочей программы.

Подготовка к текущему и промежуточному контролю предполагает изучение представленных вопросов к зачету, работу над тестами, представленными в данной рабочей программе, выполнение семестровой проектной работы по применению системного подхода и методов системного анализа к выбранной системе.

Работа в малых группах – это одна из самых популярных форм проведения занятий, так как она дает всем обучающимся (в том числе и стеснительным) возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения (в частности, умение активно слушать, вырабатывать общее мнение, разрешать возникающие разногласия). Цель данной формы проведения занятий: продемонстрировать сходство или различия определенных явлений, выработать стратегию или разработать план, выяснить отношение различных групп участников к одному и тому же вопросу. В ходе этой работы дополнительно решаются следующие задачи: развитие навыков общения и взаимодействия в группе, формирование ценностно-ориентационного единства группы, поощрение к гибкой смене социальных ролей в зависимости от ситуации.

Группа студентов делится на несколько малых групп. Количество групп определяется числом творческих заданий, которые будут обсуждаться в процессе занятия. Малые группы формируются либо по желанию студентов, либо по родственной тематике для обсуждения. Каждая малая группа обсуждает творческое задание в течение отведенного времени. Основной этап – проведение обсуждения творческого задания. Заслушиваются суждения, предлагаемые каждой малой группой по творческому заданию. Преподаватель дает оценочное суждение и работе малых групп, по решению творческих заданий, и эффективности предложенных путей решения.

В качестве самостоятельной работы студентами выполняется семестровая работа по применению системного подхода и методов системного анализа к выбранной системе по всем темам. Рекомендуется выбрать организационно-техническую систему. Перед выполнением задания по теме 1 выбранную систему необходимо согласовать с преподавателем. При выполнении заданий по темам могут использоваться представленные студентом материалы по предыдущим темам. Выполненная семестровая работа представляется студентом на открытой защите на промежуточной аттестации.

8. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет

8.1. Основная литература

1. Гусев, С. А. Математическое программирование : учебное пособие / С. А. Гусев. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2023. - 134 с. - ISBN 978-5-7782-4996-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2246192> (дата обращения: 03.08.2026).

2. Невежин, В. П. Теория игр. Примеры и задачи : учебное пособие / В. П. Невежин. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2023. — 128 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-00091-563-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1900974> (дата обращения: 03.08.2026).

8.2. Дополнительная литература

1. Гармаш А. Н. Экономико-математические методы и прикладные модели : учебник для бакалавриата и магистратуры / А. Н. Гармаш, И. В. Орлова, В. В. Федосеев ; под редакцией В. В. Федосеева. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 328 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19233-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/55617>

2. Попов А. М. Экономико-математические методы и модели : учебник для вузов / А. М. Попов, В. Н. Сотников ; под общей редакцией А. М. Попова. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 345 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14867-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/559771>

3. Конюховский П. В. Теория игр : учебник для вузов / П. В. Конюховский, А. С. Малова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 252 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-17963-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/560312>

8.3. Нормативные правовые документы и иная правовая информация

Не используются

8.4 Интернет-ресурсы

Обучающимся обеспечен доступ к материалам курса в СДО Академии <http://lms.ranepa.ru>, а так же через сайт научной библиотеки к следующим подписным электронным ресурсам:

Русскоязычные ресурсы

- Электронные учебники электронно-библиотечной системы (ЭБС) «Айбукс»
- Электронные учебники электронно-библиотечной системы (ЭБС) «Лань»
- Электронные учебники электронно-библиотечной системы (ЭБС) «ZNANIUM.COM»
- Электронные учебники электронно-библиотечной системы (ЭБС) «BOOK.RU»
- Электронные учебники электронно-библиотечной системы (ЭБС) «IPRSMART»

9. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

№ п/п	Наименование
1.	Специализированные залы для проведения лекций, оснащенные персональным компьютером/ноутбуком и мультимедийным проектором
2.	Аудитории и компьютерные классы, оборудованные посадочными местами и персональными компьютерами с выходом в Интернет для проведения практических занятий
3.	«МТС Линк» — российская платформа для онлайн-коммуникаций и совместной работы команд ;«Яндекс Телемост» — сервис для видеоконференций от Яндекса; Я-мессенджер
4.	Технические средства обучения: персональные компьютеры; программные средства, обеспечивающие просмотр видеофайлов в форматах AVI, MPEG-4, DivX, RMVB, WMV; программы для работы с электронными таблицами для обработки, анализа и визуализации данных; соответствующие онлайн-инструменты для построения интеллект-карты и моделей в различных нотациях
5.	Научная библиотека (в т.ч. электронные информационные ресурсы научной библиотеки)
6.	СДО Академии https://lms.ranepa.ru/