

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Андрей Драгомирович Хлутков
Должность: директор
Дата подписания: 04.04.2024 18:57:58
Уникальный программный ключ:
880f7c07c583b07b775f6604a630281b13ca9fd2

Приложение 7 ОП ВО

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

Северо-Западный институт управления – филиал РАНХиГС

Кафедра бизнес-информатики
(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕНА решением методической
комиссии по направлениям 38.03.05
«Бизнес-информатика», 09.06.01
«Информатика и вычислительная техни-
ка» Северо-Западный институт управле-
ния – филиал РАНХиГС Протокол от
«24» июня 2019г. № 8

в новой редакции Протокол № 1 от
«28» апреля 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.20 Дифференциальные и разностные уравнения
(индекс, наименование дисциплины, в соответствии с учебным планом)

ДифУр

(краткое наименование дисциплины)

38.03.05 Бизнес-информатика

(код, наименование направления подготовки)

«Бизнес-аналитика»

(профиль)

бакалавр

(квалификация)

очная

(форма обучения)

Год набора – 2020

Санкт-Петербург, 2020г.

Автор–составитель:

Доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры бизнес-информатики
Клоков Владимир Иванович.

Заведующий кафедрой бизнес-информатики, доктор военных наук, профессор Наумов
Владимир Николаевич.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание и структура дисциплины
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине
 - 4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации
 - 4.2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся
 - 4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации
 - 4.4. Методические материалы
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине
 - 6.1. Основная литература
 - 6.2. Дополнительная литература
 - 6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы
 - 6.4. Нормативные правовые документы
 - 6.5. Интернет-ресурсы
 - 6.6. Иные источники
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина «Дифференциальные и разностные уравнения» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Таблица 1.1

| Код компетенции | Наименование компетенции | Код этапа освоения компетенции | Наименование этапа освоения компетенции |
|-----------------|--|--------------------------------|---|
| ДПК-29 | способность использовать основные методы математических и естественнонаучных дисциплин в профессиональной информационно-аналитической деятельности | ДПК-29.1 | Способность использовать методы классической и дискретной математики при решении абстрактных математических задач |

В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Таблица 1.1

| ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта)/ профессиональные действия | Код этапа освоения компетенции | Результаты обучения |
|--|--------------------------------|--|
| Выполнение обобщенных трудовых функций по регламентации процессов подразделений организации или разработка административных регламентов подразделений организации, моделирования бизнес-процессов. | ДПК-29.1 | На уровне знаний. - основные понятия и основные методы линейной алгебры, математического анализа, дискретной математики, теории вероятностей, математической статистики, теории принятия решений, области их применения, их достоинства и недостатки, основные классы математических моделей; - основные понятия и основные методы теории анализа данных, интеллектуальной обработки данных, теории нечетких множеств, функционального программирования, эконометрики, многомерной математической статистики; - средства бизнес-аналитики и бизнес-моделирования. |
| | | На уровне умений. - обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные, осуществлять предобработку и очистку данных; - использовать математические и инструментальные средства для анализа данных, извлечения знаний из данных, их интерпретации в условиях наличия больших данных; - оценивать качество решения задач анализа данных; принимать решения в условиях многокритериальности, наличия нечеткости, неопределенности, риска с использованием методов исследования операций и методов теории принятия решений. |
| | | На уровне умений. - обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные, осуществлять предобработку и очистку данных; - использовать математические и инструментальные средства для задач описания и моделирования процессов и систем, обработки, анализа и систематизации результатов исследования; - использовать сетевые, интернет-технологии, возможности |

| | | |
|--|--|---|
| | | <p>графических, мультимедийных средств, существующих операционных систем при решении задач описания и моделирования процессов и систем, управления информационными ресурсами;</p> <ul style="list-style-type: none"> - оценивать качество решения задач моделирования; - принимать решения в условиях многокритериальности, наличия нечеткости, неопределенности, риска с использованием методов исследования операций и методов теории принятия решений. |
|--|--|---|

2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы /72 академ. часа.

Таблица 2

| Вид работы | Трудоемкость (в академ. часах) |
|---|-----------------------------------|
| Общая трудоемкость | 72/54 |
| Контактная работа с преподавателем | 48/34,5 |
| Лекции | 20/15 |
| Практические занятия | 28/21 |
| Лабораторные занятия | |
| Самостоятельная работа | 24/18 |
| Контроль | |
| Формы текущего контроля | ДЗ/КР |
| Форма промежуточной аттестации | Зачет |
| | |

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина реализуется с применением дистанционных образовательных технологий (*далее - ДОТ*).

Доступ к системе дистанционных образовательных технологий осуществляется каждым обучающимся самостоятельно с любого устройства на портале: <https://szuide.ranepa.ru/>. Пароль и логин к личному кабинету / профилю предоставляется студенту в деканате.

Дисциплина Б1.В.20 «Дифференциальные и разностные уравнения» относится к вариативной части учебного плана по направлению «Бизнес-информатика» 38.03.05. Преподавание дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения». основано на дисциплинах – Б1.Б.07.01 «Математический анализ», Б1.Б.07.02 «Линейная алгебра», В свою очередь она создаёт необходимые предпосылки для освоения программ таких дисциплин, как Б1.В.13 «Имитационное моделирование», Б1.В.03 «Моделирование бизнес-процессов», Б1.В.10 «Архитектура предприятия», Б1.Б.21 «Математическая экономика» и ряда дисциплин по выбору студента.

Теория дифференциальных и разностных уравнений относится к числу основных разделов современной математики. Знание теории дифференциальных и разностных уравнений является важной составляющей общей математической культуры и математической грамотности выпускника.

Дисциплина изучается в 3-м семестре 2-го курса обучения.

Формой промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом является зачет.

3. Содержание и структура дисциплины

Таблица 3

| № п/п | Наименование тем | Объем дисциплины, час. | Форма |
|-------|------------------|------------------------|-------|
|-------|------------------|------------------------|-------|

| | | Всего | Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий | | | | СР | текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации |
|---------------------------|---|-------|---|----|-------|-----|-------|--|
| | | | Л | ЛР | ПЗ | КСР | | |
| Тема 1 | Введение. Дифференциальные уравнения 1-го порядка (ДУ-1). | 11 | 2 | | 5 | | 4 | ДЗ |
| Тема 2 | Дифференциальные уравнения высших порядков. | 11 | 2 | | 5 | | 4 | К/ДЗ |
| Тема 3 | Системы дифференциальных уравнений. | 13 | 4 | | 5 | | 4 | К/ДЗ |
| Тема 4. | Качественные методы теории дифференциальных уравнений. | 12 | 4 | | 4 | | 4 | К/ДЗ |
| Тема 5 | Примеры дифференциальных динамических моделей. | 13 | 4 | | 5 | | 4 | К/ДЗ |
| Тема 6 | Разностные уравнения | 12 | 4 | | 4 | | 4 | К/ДЗ |
| Промежуточная аттестация | | | | | | 2* | | Зачет |
| Всего (акад./астр. часы): | | 72/54 | 20/15 | | 28/21 | | 24/18 | |

Примечание:

2* - консультация, не входящая в общий объем дисциплины

К – практические контрольные задания,

ДЗ – домашнее задание,

Содержание дисциплины

Тема 1. Введение. Дифференциальные уравнения 1-го порядка (ДУ-1).

Предмет учебной дисциплины. Понятие динамической системы и обыкновенного дифференциального уравнения. Определение решения обыкновенного дифференциального уравнения. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения. Задачи Коши. Геометрическая интерпретация решения обыкновенного дифференциального уравнения. Фазовое пространство, векторное поле скоростей изменения состояния. Расширенное фазовое пространство. ДУ-1 с разделенными и разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные уравнения 1-го порядка. Уравнение Я.Бернулли. Дифференциальные уравнения 1-го порядка в полных дифференциалах. Приближенные методы решения дифференциальных уравнений. Метод Эйлера. Примеры динамических систем описываемых обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка: накопление капитала, инфляция, размножение бактерий, распад радиоактивного вещества, распространение эпидемий и наркомании, простейшая модель народонаселения

Основные термины: дифференциальные уравнения, задача Коши; общее, частное и особое решение ДУ.

Контрольные вопросы:

1. Определение ДУ;
2. Геометрический смысл задачи Коши;
3. Общее и частное решение дифференциального уравнения.
4. Общий и частный интеграл дифференциального уравнения.
5. Типы дифференциальных уравнений 1-го порядка и методы их интегрирования;
6. Определения линейного однородного и неоднородного дифференциального уравнения;
7. Теоремы о структуре общего решения линейного однородного и неоднородного

дифференциального уравнения;

8. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.

Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков.

Некоторые типы ДУ n -го порядка, допускающие понижение порядка.

Общие сведения о линейных уравнениях высшего порядка. Линейные однородные уравнения высшего порядка. Линейные однородные уравнения 2-го порядка. Линейные однородные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Геометрическая интерпретация решения однородного дифференциального уравнения второго порядка на фазовой плоскости. Фазовые портреты дифференциального уравнения второго порядка: седло, узел, фокус. Понятие устойчивости и неустойчивости положения равновесия. Достаточное условие устойчивости положения равновесия. Линейные неоднородные уравнения n -го порядка. Структура общего решения. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа) для уравнения 2-го порядка. Линейные неоднородные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами (метод неопределенных коэффициентов). Линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка. Амплитудочастотная и фазочастотная характеристика. Резонанс

Основные термины: дифференциальные уравнения высшего порядка, общее, частное и особое решение ДУ высшего порядка, метод Бернулли, метод Лагранжа, уравнение Бернулли, уравнение Клеро, фазовый портрет, резонанс.

Контрольные вопросы:

1. Определение ДУ высшего порядка;
2. Общее и частное решение дифференциального уравнения высшего порядка.
3. Общий и частный интеграл дифференциального уравнения высшего порядка.
4. Линейные однородные уравнения высшего порядка;
5. Линейные неоднородные уравнения высшего порядка;
6. Теоремы о структуре общего решения линейного однородного и неоднородного дифференциального уравнения;
7. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.
8. Резонанс.

Тема 3. Системы дифференциальных уравнений (СДУ).

Системы дифференциальных уравнений. Основные понятия и определения. Интегрирование нормальной СДУ сведением к одному уравнению высшего порядка. Метод исключения. Решение систем дифференциальных уравнений в математических пакетах MAPLE, MATLAB, MATHCAD.

Основные термины: системы дифференциальных уравнений высшего порядка, интегрирование систем ДУ, метод исключения.

Контрольные вопросы:

1. Определение системы СДУ;
2. Интегрирование системы СДУ;
3. Интегрирование нормальной СДУ сведением к одному уравнению высшего порядка;
4. Метод исключения.
5. Использование математических пакетов для решения дифференциальных уравнений.
6. Использование математических пакетов для решения систем дифференциальных уравнений.

Тема 4. Качественные методы теории дифференциальных уравнений.

Положения равновесия динамических систем. Понятие устойчивости и неустойчивости положения равновесия. Диссипативные и консервативные системы.

Бифуркация положений равновесия динамических систем. Классификация бифуркаций. Элементы теории катастроф. Примеры использования теории катастроф: модель рыболовства, модель «утечки мозгов».

Основные термины: Положение равновесия, устойчивость, бифуркация, катастрофа.

Контрольные вопросы:

1. Устойчивые и неустойчивые положения равновесия.
2. Бифуркация положений равновесия динамических систем.
3. Понятие катастрофы.
4. Точка «невозврата» в модели рыболовства и модели утечки «мозгов».

Тема 5. Примеры дифференциальных динамических моделей.

Динамические модели Кейнса. Неоклассическая модель роста. Модель Солоу. Модель динамики производства с нелинейными производственными функциями.

Основные термины: модель Кейнса и ее модификации, модель Солоу, производственная функция, динамическая модель производства.

Контрольные вопросы:

1. Динамические модели Кейнса.
2. Неоклассическая модель роста.
3. Модель Солоу.
4. Модель динамики производства с нелинейными производственными функциями.

Тема 6. Разностные уравнения.

Определение разностного уравнения. Дискретное дифференцирование. Лагирование. Примеры решения разностных уравнений. Решение разностных уравнений с помощью пакетов математического моделирования. Заключение. Обзор пройденного материала.

Основные термины: разностное уравнение, система разностных уравнений, лагирование, авторегрессия, распределенная авторегрессия.

Контрольные вопросы:

1. Определение разностного уравнения.
2. Системы разностных уравнений.
3. Дискретное дифференцирование.
4. Лагирование. Модели распределенной авторегрессии.
5. Примеры решения разностных уравнений.
6. Решение разностных уравнений с помощью пакетов математического моделирования.

7. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

Промежуточная аттестация может проводиться с использованием ДОТ.

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.

В ходе реализации дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

Таблица 4.1

| Тема (раздел) | Формы (методы) текущего контроля успеваемости |
|---|--|
| Тема 1. Введение. Дифференциальные уравнения 1-го порядка (ДУ-1). | Защита задания |
| Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков. | Защита задания, Практические контрольные задания |
| Тема 3. Системы дифференциальных уравнений . | Защита задания, Практические контрольные задания |

| | |
|--|--|
| Тема 4. Качественные методы теории дифференциальных уравнений. | Защита задания, Практические контрольные задания |
| Тема 5. Примеры дифференциальных динамических моделей. | Защита задания, Практические контрольные задания |
| Тема 6. Разностные уравнения | Защита задания, Практические контрольные задания |

4.1.2. Зачет проводится с применением следующих методов (средств) :

Зачет проводится в компьютерном классе. Во время зачета проверяется этап освоения компетенции ДПК 29.1.

Во время проверки сформированности этапа ДПК 29.1 оцениваются:

- Контроль представления хода и результата решения. Тестирование.
- Оценка правильности ответов на поставленные вопросы или тесты.

4. 2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.

Типовые оценочные материалы по теме 1

Домашнее задание 1.

ЗАДАНИЕ 1. Проверить, является ли функция частным решением дифференциального уравнения

$$2yy' = 1;$$

Варианты решения

$$y = x$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = x\sqrt{x}$$

$$y = 1/\sqrt{x}$$

Правильное решение $y = \sqrt{x}$;

ЗАДАНИЕ 2. Проверить, является ли функция частным решением дифференциального уравнения.

$$tgx dx + \frac{dy}{y} = 0.$$

Варианты решения

$$y = \sin x;$$

$$y = \cos x;$$

$$y = tgx;$$

$$y = c \cdot tgx;$$

Правильное решение $y = \cos x$;

ЗАДАНИЕ 3. Проверить, является ли функция частным решением дифференциального уравнения

$$y' + 2y = 0.$$

Варианты решения

$$y = e^{2x};$$

$$y = e^x;$$

$$y = e^{-2x};$$

$$y = Ce^{-2x};$$

Правильное решение

$$y = e^{-2x};$$

ЗАДАНИЕ 4. Проверить, является ли функция частным решением дифференциального уравнения

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0;$$

Варианты решения

$$y = x^2$$

$$y = x$$

$$y = x + x^2$$

$$y = 1 + x^2$$

Правильное решение

$$y = x + x^2$$

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0;$$

$$y = x + x^2;$$

$$y' = 1 + 2x$$

$$y'' = 2$$

$$2x^2 - 2x - 4x^2 + 2x + 2x^2 = 0$$

ЗАДАНИЕ 5. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y' = xy^2,$$

Варианты решения

$$y = x^2 + C$$

$$y = -2/x^2 + C$$

$$y = x^2$$

$$y = x + C$$

Правильное решение

$$y' = xy^2;$$

$$\frac{dy}{y^2} = x dx;$$

$$-1/y = x^2/2 + c;$$

$$y = -2/x^2 + C.$$

ЗАДАНИЕ 6. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$yy' + x = 1.$$

Варианты решения

$$y = \sqrt{(1+x)^2 + C}$$

$$y = \sqrt{(1+x)^2}$$

$$y = (1+x)^2 + C$$

$$y = (1+x)^2$$

Правильное решение

$$yy' - x = 1.$$

$$ydy / dx = 1 + x$$

$$ydy = (1 + x) dx$$

$$y^2 / 2 = (1 + x)^2 / 2 + C;$$

$$y = \sqrt{(1 + x)^2 + C}$$

ЗАДАНИЕ 7. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$xy' = 1 + y;$$

Варианты решения

$$y = Cx$$

$$y = Cx^2$$

$$y = 2Cx$$

$$y = Cx - 1$$

Правильное решение

$$xy' = 1 + y;$$

$$xdy / dx = 1 + y$$

$$\frac{dy}{1 + y} = \frac{dx}{x}$$

$$\ln(1 + y) = \ln x + \ln C$$

$$1 + y = Cx;$$

$$y = Cx - 1$$

ЗАДАНИЕ 8. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$x^2 (y^3 + 5) dx + (x^3 + 5) y^2 dy = 0$$

Варианты решения

$$y^3 + 5 = (x^3 + 5)$$

$$y^3 + 5 = C / (x^3 + 5)$$

$$y^3 = (x^3 + 5)$$

$$y^3 = C / x^3$$

Правильное решение

$$x^2 (y^3 + 5) dx + (x^3 + 5) y^2 dy = 0$$

$$\frac{y^2 dy}{y^3 + 5} = - \frac{x^2 dx}{x^3 + 5}$$

$$\ln(y^3 + 5) = -\ln(x^3 + 5) + \ln C$$

$$y^3 + 5 = C / (x^3 + 5)$$

Типовые оценочные материалы по теме 2

Домашнее задание 2.

ЗАДАНИЕ 9. Найти частное решение или решить задачу Коши

$$(1 + x) dx - ydy = 0; y(1) = -1.$$

Варианты решения

$$y^2 = (1+x)^2 - 1$$

$$y^2 = (1+x)^2$$

$$y^2 = x^2 - 1$$

$$y^2 = x^2$$

Правильное решение

$$(1+x) dx - y dy = 0;$$

$$(1+x) dx = y dy$$

$$\frac{(1+x)^2}{2} + C = \frac{y^2}{2};$$

$$y(1) = -1.$$

$$1 + C = 0,5$$

$$C = -0,5;$$

$$y^2 = (1+x)^2 - 1$$

ЗАДАНИЕ 10. Найти частное решение или решить задачу Коши

$$y dx + ctg x dy = 0; y(0) = -1;$$

Варианты решения

$$y = -\cos x$$

$$y = \cos x$$

$$y = -\sin x$$

$$y = \sin x$$

Правильное решение

$$y dx + ctg x dy = 0; y(0) = -1;$$

$$\frac{dy}{y} = -\frac{dx}{ctg x} = -\frac{\sin x dx}{\cos x}$$

$$\ln y = \ln \cos x + \ln C$$

$$y = C \cos x$$

$$-1 = C$$

$$y = -\cos x$$

ЗАДАНИЕ 11. Найти частное решение или решить задачу Коши

$$\frac{dy}{dx} = 2(y-3), \text{ если при } x=0, y=4.$$

Варианты решения

$$y = e^{2x}$$

$$y = e^{2x} + 3$$

$$y = 2e^{2x}$$

$$y = e^x - 1$$

Правильное решение

$$\frac{dy}{dx} = 2(y - 3)$$

$$\frac{dy}{y - 3} = 2dx$$

$$\ln(y - 3) = 2x + \ln C$$

$$y - 3 = Ce^{2x}$$

$$1 = C$$

$$y = e^{2x} + 3$$

ЗАДАНИЕ 12. Найти частное решение или решить задачу Коши

$$(1 - x^2)y' + 2x = 0; y(0) = 1.$$

Варианты решения

$$y = \ln(1 - x^2) + 1$$

$$y = \ln(1 - x^2)$$

$$y = \ln(1 - x^2) + C$$

$$y = \ln(1 + x^2)$$

Правильное решение

$$(1 - x^2)y' + 2x = 0; y(0) = 1.$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2x}{1 - x^2}$$

$$dy = \frac{d(1 - x^2)}{1 - x^2}$$

$$y = \ln(1 - x^2) + C$$

$$1 = C$$

$$y = \ln(1 - x^2) + 1$$

ЗАДАНИЕ 13. Найти общие интегралы уравнений

$$x^2(y^3 + 5)dx + (x^3 + 5)y^2 dy = 0;$$

Варианты решения

$$y^3 = \frac{C}{x^3 + 5} - 5.$$

$$y^3 = \frac{C}{x^3 + 5}.$$

$$y^3 = \frac{C + 5}{x^3 + 5}.$$

$$y^3 = \frac{5}{x^3 + 5}.$$

Правильное решение

$$x^2(y^3 + 5)dx + (x^3 + 5)y^2 dy = 0;$$

$$\frac{x^2}{(x^3 + 5)} dx = -\frac{y^2}{(y^3 + 5)} dy;$$

$$\ln|x^3 + 5| = -\ln|y^3 + 5| + \ln C;$$

$$y^3 = \frac{C}{x^3 + 5} - 5.$$

ЗАДАНИЕ 14. Найти общие интегралы уравнений

$$x\sqrt{1 + y^2} dx + y\sqrt{1 + x^2} dy = 0;$$

Варианты решения

$$\sqrt{1 + x^2} = -\sqrt{1 + y^2} + C.$$

$$\sqrt{1 + x^2} = \sqrt{1 + y^2}.$$

$$\sqrt{1 + x^2} = 1 + y^2.$$

$$1 + x^2 = -\sqrt{1 + y^2} + C.$$

Правильное решение

$$x\sqrt{1 + y^2} dx + y\sqrt{1 + x^2} dy = 0;$$

$$\frac{xdx}{\sqrt{1 + x^2}} = -\frac{ydy}{\sqrt{1 + y^2}};$$

$$1/2(1 + x^2)^{-1/2} d(1 + x^2) = -1/2(1 + y^2)^{-1/2} d(1 + y^2);$$

$$\sqrt{1 + x^2} = -\sqrt{1 + y^2} + C.$$

ЗАДАНИЕ 15. Найти общие интегралы уравнений

$$xydx + (1 + y^2)\sqrt{1 + x^2} dy = 0;$$

Варианты решения

$$1 + x^2 = -\ln|y| - y^2 / 2 + C.$$

$$\sqrt{1 + x^2} = -\ln|y| - y^2 / 2.$$

$$\sqrt{1 + x^2} = -\ln|y| - y^2 / 2 + C.$$

$$\sqrt{1 + x^2} = y - y^2 / 2 + C.$$

Правильное решение

$$xydx + (1 + y^2)\sqrt{1 + x^2} dy = 0;$$

$$\frac{xdx}{\sqrt{1 + x^2}} = -\frac{(1 + y^2)dy}{y};$$

$$\frac{d(1 + x^2)}{2\sqrt{1 + x^2}} = -\frac{dy}{y} - ydy;$$

$$\sqrt{1 + x^2} = -\ln|y| - y^2 / 2 + C.$$

ЗАДАНИЕ 16. Найти общие интегралы уравнений

$$y' = 5\sqrt{y};$$

Варианты решения

$$y = 5x + C.$$

$$2\sqrt{y} = 5x + C.$$

$$2\sqrt{y} = x + C.$$

$$\sqrt{y} = 5x + C.$$

Правильное решение

$$y' = 5\sqrt{y};$$

$$y(0) = 25.$$

$$dy / \sqrt{y} = 5dx;$$

$$2\sqrt{y} = 5x + C.$$

Типовые оценочные материалы по теме 3

Домашнее задание 3.

ЗАДАНИЕ 17. Найти частные решения, удовлетворяющие начальным условиям

$$yy' = -2x; y(0) = 2$$

Варианты решения

$$y^2 = -2x^2 + C$$

$$y^2 = -2x^2 + 2$$

$$y^2 = 2x^2 + 2$$

$$y^2 = x^2 + 2$$

Правильное решение

$$yy' = -2x; y(0) = 2$$

$$\frac{ydy}{dx} = -2x$$

$$y^2 / 2 = -x^2 + C$$

$$C = 2$$

$$y^2 = -2x^2 + 2$$

ЗАДАНИЕ 18. Найти частные решения, удовлетворяющие начальным условиям

$$xy^2 dx + ydy = 0;$$

$$y(0) = 1.$$

Варианты решения

$$y = e^{-x^2/2}$$

$$y = Ce^{-x^2/2}$$

$$y = e^{-x}$$

$$y = e^{-x^2/2} + 2$$

Правильное решение

$$y = e^{-x^2/2}$$

$$xy^2 dx + ydy = 0;$$

$$y(0) = 1.$$

$$\frac{dy}{y} = -x dx.$$

$$\ln y = -x^2 / 2 + \ln C.$$

$$y = Ce^{-x^2/2}$$

$$C = 1$$

$$y = e^{-x^2/2}$$

ЗАДАНИЕ 19. Найти частные решения, удовлетворяющие начальным условиям

$$y' = 5\sqrt{y};$$

$$y(0) = 25.$$

Варианты решения

$$2\sqrt{y} = 5x + 1.$$

$$y = 5x + 2.$$

$$\sqrt{y} = 2,5x + 5 \quad 2\sqrt{y} = 5x + 1.$$

Правильное решение

$$y' = 5\sqrt{y};$$

$$y(0) = 25.$$

$$dy / \sqrt{y} = 5dx;$$

$$2\sqrt{y} = 5x + C.$$

$$10 = c$$

$$\sqrt{y} = 2,5x + 5$$

ЗАДАНИЕ 20. Решить линейное уравнение

$$y' - 2xy = 2x^3$$

Варианты решения

$$y = x^2 e^{x^2} - 1 + C$$

$$y = e^{x^2} (x - 1) + C$$

$$y = -2(x + 1) + Ce^x$$

$$y = x^2 e^{x^2} - 1 + C$$

Правильное решение

$$y' - y = 2x;$$

$$v'u + u'v - uv = 2x;$$

$$v'u + v(u' - u) = 2x;$$

$$u' = u;$$

$$du / u = dx;$$

$$\ln|u| = x;$$

$$u = e^x;$$

$$v'e^x = 2x; \quad dv = 2xe^{-x} dx;$$

$$v = 2 \int xe^{-x} dx = \left\{ \begin{array}{l} u = x; \quad du = dx; \\ dv = 2e^{-x} dx; \\ v = -2e^{-x} \end{array} \right\} =$$

$$= -2xe^{-x} + 2 \int e^{-x} d(x) = -2e^{-x} (x + 1) + C.$$

$$y = uv = -2(x + 1) + Ce^x$$

ЗАДАНИЕ 21. Решить линейное уравнение

$$y' + y = e^{-x}$$

Варианты решения

$$y = (x + c) e^{-x}$$

$$y = (x + c) e^{-x^2}$$

$$y = (x^2 + c) e^{-x}$$

$$y = (x + c) e^{-2x}$$

Правильное решение

$$y' + y = e^{-x};$$

$$v'u + v(u' + u) = e^{-x};$$

$$\frac{dv}{dx} = -u;$$

$$\ln u = -x; u = e^{-x};$$

$$v'e^{-x} = e^{-x}; dv/dx = 1$$

$$v = x + c;$$

$$y = (x + c)e^{-x}.$$

ЗАДАНИЕ 22. Решить линейное уравнение

$$xy' - 2y = x$$

Варианты решения

$$y = x^2(-x^{-1} + C)$$

$$y = x(-x^{-1} + C)$$

$$y = x^2 + C$$

$$y = x^2 + Cx$$

Правильное решение

$$xy' - 2y = x;$$

$$v'u + vu' - 2uv/x = 1;$$

$$v'u + v(u' - 2u/x) = 1;$$

$$u' = 2u/x;$$

$$du/u = 2dx/x;$$

$$u = x^2;$$

$$v'x^2 = 1;$$

$$dv = x^{-2}dx;$$

$$v = -x^{-1} + C;$$

$$y = x^2(-x^{-1} + C).$$

ЗАДАНИЕ 23. Решить линейное уравнение

$$(xy + e^x) dx - xdy = 0$$

Варианты решения

$$y = e^x + \ln Cx$$

$$y = e^x + Cx$$

$$y = e^x \ln Cx$$

$$y = e^{x^2} \ln Cx$$

Правильное решение

$$(xy + e^x) dx - xdy = 0;$$

$$xdy = (xy + e^x) dx;$$

$$y' = y + e^x/x;$$

$$y' - y = e^x/x;$$

$$v'u + v(u' - u) = e^x/x;$$

$$u' = u; du/u = dx; u = e^x;$$

$$v'e^x = e^x/x;$$

$$dv = dx/x;$$

$$v = \ln x + \ln C;$$

$$v = \ln Cx;$$

$$y = e^x \ln Cx.$$

Типовые оценочные материалы по теме 4

Домашнее задание 4.

ЗАДАНИЕ 24. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения

$$y'' - 3y' + 2y = 0$$

Варианты решения

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^x$$

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$$

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^x$$

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-x}$$

Правильное решение

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^x$$

ЗАДАНИЕ 25. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения

$$y'' - 6y' + 8y = 0.$$

Варианты решения

$$y = C_1 e^x + C_2 x e^{4x}$$

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{4x}$$

$$y = C_1 + C_2 e^{4x}$$

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$$

Правильное решение

$$y'' - 6y' + 8y = 0.$$

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{4x}$$

ЗАДАНИЕ 26. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения

$$y'' + 9y' + 20y = 0$$

Варианты решения

$$y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{-5x}$$

$$y = C_1 e^{4x} + C_2 e^{5x}$$

$$y = C_1 e^x + C_2 e^{5x}$$

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{5x}$$

Правильное решение

$$y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{-5x}$$

ЗАДАНИЕ 27. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения

$$y'' + 5y' + 4y = 0.$$

Варианты решения

$$y = C_1 e^x + C_2 e^{4x}$$

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{4x}$$

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{4x}$$

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$$

Правильное решение

$$y = C_1 e^x + C_2 e^{4x}$$

ЗАДАНИЕ 28. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения

$$y'' - 3y' + 2y = 0; y(0) = 2; y'(0) = -2.$$

Варианты решения

$$y = e^{2x} + 2e^x$$

$$y = 2e^x$$

$$y = 2e^{2x} + e^x$$

$$y = 2e^{2x} + 2e^x$$

Правильное решение

$$\begin{cases} y = C_1 e^{2x} + C_2 e^x; \\ y' = 2C_1 e^{2x} + C_2 e^x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 = C_1 + C_2; \\ -2 = 2C_1 + C_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 = 2 - C_2 \\ -2 = 4 - 2C_2 - C_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_2 = 2 \\ C_1 = 0 \end{cases}$$

ЗАДАНИЕ 29. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения

$$y'' - 6y' + 8y = 0; y(0) = 1; y'(0) = 0.$$

Варианты решения

$$y = 2e^{2x} + 1/3e^{4x}$$

$$y = 2/3e^{2x} + 3e^{-4x}$$

$$y = 2/3e^{2x} + 1/3e^{4x}$$

$$y = 2e^{2x} + 3e^{4x}$$

Правильное решение

$$\begin{cases} y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{4x}; \\ y' = 2C_1 e^{2x} + 4C_2 e^{4x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 = C_1 + C_2; \\ 0 = 2C_1 + 4C_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 = 1 - C_2 \\ 0 = 2 - 2C_2 - 4C_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_2 = 1/3 \\ C_1 = 2/3 \end{cases}$$

ЗАДАНИЕ 30. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения

$$y'' + 9y' + 20y = 0; y(0) = 0; y'(0) = -1.$$

Варианты решения

$$y = -e^{-4x} - 5e^{-5x}$$

$$y = -4e^{-4x} - 5e^{-5x}$$

$$y = -e^{-4x} + e^{-5x}$$

$$y = e^{-4x} + e^{-5x}$$

Правильное решение

$$\begin{cases} y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{-5x}; \\ y' = -4C_1 e^{-4x} - 5C_2 e^{-5x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = C_1 + C_2; \\ -1 = -4C_1 - 5C_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 = -C_2 \\ -1 = 4C_2 - 5C_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_2 = 1 \\ C_1 = -1 \end{cases}$$

ЗАДАНИЕ 31. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения

$$y'' + 5y' + 4y = 0; y(0) = 0; y'(0) = 1.$$

Варианты решения

$$y = 2e^{2x} + 1/3e^{4x}$$

$$y = -1/3e^{-4x} + 1/3e^{-x}$$

$$y = -4e^{-4x} + 1/3e^{-x}$$

$$y = 2/3e^{-4x} + 1/3e^{-x}$$

Правильное решение

$$\begin{cases} y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{-x}; \\ y' = -4C_1 e^{-4x} - C_2 e^{-x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = C_1 + C_2; \\ 1 = -4C_1 - C_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 = -C_2 \\ 1 = 4C_2 - C_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_2 = 1/3 \\ C_1 = -1/3 \end{cases}$$

Типовые оценочные материалы по теме 5

Домашнее задание 5.

ЗАДАНИЕ 32. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения высшего порядка

$$y'' + 2y' + 2y = 0.$$

Варианты решения

$$y = e^x (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

$$y = e^{-x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^x$$

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$$

Правильное решение

$$y'' + 2y' + 2y = 0.$$

$$\lambda_{1,2} = -1 \pm \sqrt{-1}$$

$$y = e^{-x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

ЗАДАНИЕ 33. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения высшего порядка

$$y'' - 2y' + 5y = 0$$

Варианты решения

$$y = e^x (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

$$y = e^x (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$$

$$y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^x$$

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$$

Правильное решение

$$y'' - 2y' + 5y = 0.$$

$$\lambda_{1,2} = 1 \pm \sqrt{-4}$$

$$y = e^x (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$$

ЗАДАНИЕ 34. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения высшего порядка

$$y'' - 2y' + 10y = 0$$

Варианты решения

$$y = e^x (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

$$y = e^x (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$$

$$y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{3x}$$

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$$

Правильное решение

$$y'' - 2y' + 10y = 0.$$

$$\lambda_{1,2} = 1 \pm \sqrt{-9}$$

$$y = e^x (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$$

ЗАДАНИЕ 35. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения высшего порядка

$$y'' - 4y' + 13y = 0$$

Варианты решения

$$y = e^{2x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

$$y = e^{2x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$$

$$y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{2x}$$

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$$

Правильное решение

$$y'' - 4y' + 13y = 0.$$

$$\lambda_{1,2} = 2 \pm \sqrt{-9}$$

$$y = e^{2x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$$

ЗАДАНИЕ 36. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения высшего порядка

$$y'' + 4y' + 4y = 0.$$

Варианты решения

$$y = e^x (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^x$$

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$$

$$y = e^{-2x} (C_1 + C_2 x)$$

Правильное решение

$$y'' + 4y' + 4y = 0.$$

$$\lambda_{1,2} = -2$$

$$y = e^{-2x} (C_1 + C_2 x)$$

ЗАДАНИЕ 37. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения высшего порядка

$$y'' - 6y' + 9y = 0$$

Варианты решения

$$y = e^x (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$$

$$y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^x$$

$$y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{2x}$$

$$y = C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x}$$

Правильное решение

$$y'' - 6y' + 9y = 0.$$

$$\lambda_{1,2} = 3$$

$$y = e^{3x} (C_1 + C_2 x)$$

ЗАДАНИЕ 38. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения высшего порядка

$$y'' + 8y' + 16y = 0$$

Варианты решения

$$y = e^{4x} (C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x)$$

$$y = e^x (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$$

$$y = C_1 e^{-4x} + C_2 x e^{-4x}$$

$$y = e^x (C_1 \cos 4x - C_2 \sin 4x)$$

Правильное решение

$$y'' + 8y' + 16y = 0.$$

$$\lambda_{1,2} = -4$$

$$y = e^{-4x} (C_1 + C_2 x)$$

ЗАДАНИЕ 39. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения высшего порядка

$$y'' - 10y' + 25y = 0$$

Варианты решения

$$y = e^{5x} (C_1 \cos 5x + C_2 \sin 5x)$$

$$y = e^{5x} (C_1 + C_2 x)$$

$$y = C_1 e^{-5x} + C_2 e^{5x}$$

$$y = C_1 e^{-5x} + C_2 x e^{5x}$$

Правильное решение

$$y'' - 10y' + 25y = 0.$$

$$\lambda_{1,2} = 5$$

$$y = e^{5x} (C_1 + C_2 x)$$

ЗАДАНИЕ 40. Найти общее решение дифференциального уравнения высшего порядка

$$y''' = x.$$

Варианты решения

$$y = \frac{x^4}{24} + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

$$y = \frac{x^4}{12} + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

$$y = \frac{x^4}{6} + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

$$y = \frac{x^4}{24} + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2$$

Правильное решение

$$y''' = x.$$

$$y'' = \frac{x^2}{2} + C_1$$

$$y' = \frac{x^3}{6} + C_1 x + C_2$$

$$y = \frac{x^4}{24} + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

ЗАДАНИЕ 41. Найти общее решение дифференциального уравнения высшего порядка

$$y^{(4)} = e^x.$$

Варианты решения

$$y = e^x + \frac{C_1 x^3}{6} + \frac{C_2 x^2}{2} + C_3 x + C_4$$

$$y = e^x + \frac{C_1 x^3}{3} + \frac{C_2 x^2}{2} + C_3 x + C_4$$

$$y = e^x + \frac{C_1 x^3}{24} + \frac{C_2 x^2}{6} + \frac{C_3 x}{2} + C_4$$

$$y = e^x + \frac{C_1 x^4}{6} + \frac{C_2 x^3}{2} + C_3 x^2 + C_4 x$$

Правильное решение

$$y^{(4)} = e^x.$$

$$y''' = e^x + C_1$$

$$y'' = e^x + C_1 x + C_2$$

$$y' = e^x + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

$$y = e^x + \frac{C_1 x^3}{6} + \frac{C_2 x^2}{2} + C_3 x + C_4$$

ЗАДАНИЕ 42. Найти общее решение дифференциального уравнения высшего порядка

$$y''' = 8e^{2x} + 120x^3.$$

Варианты решения

$$y = e^{2x} + x^6 + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

$$y = 8e^{2x} + x^6 + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

$$y = 8e^{2x} + \frac{x^6}{6} + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

$$y = 4e^{2x} + 5x^6 + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

Правильное решение

$$y''' = 8e^{2x} + 120x^3.$$

$$y'' = 4e^{2x} + \frac{x^4}{30} + C_1$$

$$y' = 2e^{2x} + \frac{x^5}{60} + C_1 x + C_2$$

$$y = e^{2x} + x^6 + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

ЗАДАНИЕ 43. Найти общее решение дифференциального уравнения высшего порядка

$$y'' = e^{-x}.$$

Варианты решения

$$y = -e^{-x} + C_1 x + C_2$$

$$y = -e^{-x} + \frac{C_1 x}{2} + C_2$$

$$y = e^{-x} + C_1 x + C_2$$

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 x + C_3$$

Правильное решение

$$y'' = e^{-x}.$$

$$y' = -e^{-x} + C_1$$

$$y = e^{-x} + C_1 x + C_2$$

ЗАДАНИЕ 44. Найти частное решение дифференциального уравнения высшего порядка

$$y''' = x; y(0) = 1; y'(0) = 2; y''(0) = -2.$$

Варианты решения

$$y = \frac{x^4}{24} - 2x^2 - 2x + 1$$

$$y = \frac{x^4}{24} - 2x^2 - 2x + 1$$

$$y = \frac{x^4}{24} - x^2 + 3x + 4$$

$$y = \frac{x^4}{24} - x^2 + 2x + 1$$

Правильное решение

$$\begin{cases} y'' = \frac{x^2}{2} + C_1 \\ y' = \frac{x^3}{6} + C_1x + C_2 \\ y = \frac{x^4}{24} + \frac{C_1x^2}{2} + C_2x + C_3 \\ \begin{cases} C_1 = -2; \\ C_2 = 2 \\ C_3 = 1 \end{cases} \end{cases}$$

$$y = \frac{x^4}{24} - x^2 + 2x + 1$$

ЗАДАНИЕ 45. Найти частное решение дифференциального уравнения высшего порядка

$$y''' = e^x; y(0) = 0; y'(0) = -2; y''(0) = 3; y'''(0) = -1.$$

Варианты решения

$$y = e^x - \frac{x^3}{6} + x^2 - 3x - 1$$

$$y = e^x - \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x - 1$$

$$y = e^x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} - 3x + 1$$

$$y = e^x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + 1$$

Правильное решение

$$\begin{cases} y''' = e^x + C_1 \\ y'' = e^x + C_1x + C_2 \\ y' = e^x + \frac{C_1x^2}{2} + C_2x + C_3 \\ y = e^x + \frac{C_1x^3}{6} + \frac{C_2x^2}{2} + C_3x + C_4 \\ \begin{cases} C_1 = -2 \\ C_2 = 2 \\ C_3 = -3 \\ C_4 = -1 \end{cases} \end{cases}$$

$$y = e^x - \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x - 1$$

ЗАДАНИЕ 46. Найти частное решение дифференциального уравнения высшего порядка

$$y''' = 8e^{2x} + 120x^3; y(0) = 1; y'(0) = 5; y''(0) = 3.$$

Варианты решения

$$y = e^{2x} + \frac{x^6}{6} - \frac{x^2}{2} + 3x$$

$$y = e^{2x} + x^6 - \frac{x^2}{2} + x + 1$$

$$y = e^{2x} + x^6 - \frac{x^2}{2} + 3x$$

$$y = e^{2x} + \frac{x^6}{6} + \frac{x^2}{2} + 3x$$

Правильное решение

$$\begin{cases} y'' = 4e^{2x} + \frac{x^4}{30} + C_1 \\ y' = 2e^{2x} + \frac{x^5}{6} + C_1x + C_2 \\ y = e^{2x} + x^6 + \frac{C_1x^2}{2} + C_2x + C_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 = -1 \\ C_2 = 3 \\ C_3 = 0 \end{cases}$$

$$y = e^{2x} + x^6 - \frac{x^2}{2} + 3x$$

ЗАДАНИЕ 47. Найти частное решение дифференциального уравнения высшего порядка

$$y'' = e^{-x}, y(0) = 1; y'(0) = 0.$$

Варианты решения

$$y = e^{-x} + x + 1$$

$$y = e^{-x} + x \text{ -правильный}$$

$$y = e^{-x} + 2x + 1$$

$$y = e^{-x} + 2x$$

Правильное решение

$$\begin{cases} y' = -e^{-x} + C_1 \\ y = e^{-x} + C_1x + C_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 = 1 \\ C_2 = 0 \end{cases}$$

$$y = e^{-x} + x$$

Типовые оценочные материалы по теме 6

Домашнее задание 6.

ЗАДАНИЕ 48. Решить неоднородное дифференциальное уравнение

$$y'' - 4y = 10$$

Варианты решения

$$y = C_1e^{2x} + C_2e^{-2x}$$

$$y = C_1e^{2x} + C_2e^{-2x} + 2,5x$$

$$y = C_1e^{2x} + C_2e^{-2x} + 2,5$$

$$y = C_1e^{2x} + C_2xe^{2x} + 2,5$$

Правильное решение

$$y'' + 4y = 10$$

$$\lambda^2 - 4 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \pm 2$$

$$\bar{y} = C_1e^{2x} + C_2e^{-2x}$$

$$y^* = A$$

$$4A = 10$$

$$A = 2,5$$

$$y = C_1e^{2x} + C_2e^{-2x} + 2,5$$

ЗАДАНИЕ 49. Решить неоднородное дифференциальное уравнение

$$y'' - y' = 3$$

Варианты решения

$$y = C_1 + C_2 e^x - 3$$

$$y = C_1 x + C_2 e^x - 3$$

$$y = C_1 + C_2 e^{-x} - 3$$

$$y = C_1 + C_2 e^x - 3x$$

Правильное решение

$$y'' - y' = 3$$

$$\lambda^2 - \lambda = 0$$

$$\lambda_1 = 0$$

$$\lambda_2 = 1$$

$$\bar{y} = C_1 + C_2 e^x$$

$$y^* = Ax$$

$$y^{*'} = A$$

$$-A = 3$$

$$A = -3$$

$$y^* = -3x$$

$$y = C_1 + C_2 e^x - 3x$$

ЗАДАНИЕ 50. Решить неоднородное дифференциальное уравнение

$$y'' + y' + y = 3e^{2x}$$

Варианты решения

$$y = e^{-0.5x} \left(C_1 \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} + C_2 \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} \right) + 3/7 e^{2x}$$

$$y = e^{-0.5x} \left(C_1 \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} + C_2 \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} \right) + e^{2x}$$

$$y = e^{-0.5x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x) + 3e^{2x}$$

$$y = \left(C_1 \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} + C_2 \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} \right) + 3e^{2x}$$

Правильное решение

$$y'' + y' + y = 3e^{2x}$$

$$\lambda^2 + \lambda + 1 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = -0,5 \pm \sqrt{-3/4} = -0,5 \pm i\sqrt{3}/2$$

$$\bar{y} = e^{-0,5x} \left(C_1 \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} + C_2 \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} \right)$$

$$y^* = Ae^{2x}$$

$$y^{*'} = 2Ae^{2x}$$

$$y^{*''} = 4Ae^{2x}$$

$$4Ae^{2x} + 2Ae^{2x} + Ae^{2x} = 3e^{2x}$$

$$A = 3/7$$

$$y^* = 3/7e^{2x}$$

$$y = e^{-0,5x} \left(C_1 \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} + C_2 \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} \right) + 3/7e^{2x}$$

ЗАДАНИЕ 51. Решить неоднородное дифференциальное уравнение
 $y'' - 5y' = 7$

Варианты решения

$$y = C_1 + C_2e^{5x}$$

$$y = C_1 + C_2e^{5x} - 7x$$

$$y = C_1 + C_2e^{5x} - 7$$

$$y = e^{5x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x) - 7x$$

Правильное решение

$$y'' - 5y' = 7$$

$$\lambda^2 - 5\lambda = 0$$

$$\lambda_1 = 0$$

$$\lambda_2 = 5$$

$$\bar{y} = C_1 + C_2e^{5x}$$

$$y^* = Ax$$

$$y^{*'} = A$$

$$-A = 7$$

$$A = -7$$

$$y^* = -7x$$

$$y = C_1 + C_2e^{5x} - 7x$$

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

Таблица 4.2

| Код компетенции | Наименование компетенции | Код этапа освоения компетенции | Наименование этапа освоения компетенции |
|-----------------|--|--------------------------------|---|
| ДПК-29 | Способность использовать основные методы математических и естественнонаучных дисциплин в профессиональной информационно-аналитической деятельности | ДПК - 29.1 | Способность использовать методы классической и дискретной математики при решении абстрактных математических задач |

Таблица 4.3

| Этап освоения компетенции | Показатель оценивания | Критерий оценивания |
|---------------------------|--|---|
| ДПК - 29.1 | 1. Самостоятельно решает задачи классической (математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии, дифференциальных и разностных уравнений) и дискретной математики 2. Самостоятельно разрабатывает алгоритмы решения поставленной задачи 3. Решает задачи, требующие комплексного использования нескольких тем учебной дисциплины. 4. Способен объяснить ход решения задачи и используемые теоретические положения | 1. Правильное решение задачи. Описан путь ее решения, используемые теоретические положения. 2. Правильные ответы на поставленные вопросы |

Для оценки сформированности компетенций, знаний и умений, соответствующих данным компетенциям, используются контрольные вопросы, а также задачи.

Типовые вопросы, выносимые на зачет:

- 1 Дать определение динамической системы и обыкновенного дифференциального уравнения. Характеризовать решение обыкновенного дифференциального уравнения.
- 2 Дать определение решения дифференциального уравнения с начальными условиями. (Задача Коши).
- 3 Привести примеры динамических систем, описываемых обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка: накопление капитала, инфляция, размножение бактерий, распад радиоактивного вещества, распространение эпидемий и наркомании, простейшая модель народонаселения.
- 4 Доказать и обсудить теорему существования и единственности обыкновенного дифференциального уравнения. Привести пример использования теоремы для доказательства общности решения линейного уравнения.
- 5 Дать геометрическую интерпретацию решения обыкновенного дифференциального уравнения. Дать определения фазового пространства, векторного поля скоростей изменения состояния, расширенного фазового пространства.
- 6 Рассмотреть и продемонстрировать на примерах методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнения, интегрируемые в квадратурах. Привести пример дифференциального уравнения неинтегрируемого в квадратурах.
- 7 Рассмотреть методы интегрирования уравнения в полных дифференциалах.
- 8 Рассмотреть методы интегрирования уравнения с разделяющимися переменными.
- 9 Рассмотреть методы интегрирования однородного линейного дифференциального уравнения первого порядка.
- 10 Описать и продемонстрировать на примере организацию интегрирования неоднородного линейного дифференциального уравнения первого порядка.
- 11 Дать определение и описать и продемонстрировать решение уравнения Я.Бернулли.
- 12 Описать общие сведения о линейных уравнениях высшего порядка.
- 13 Описать свойства комплексных чисел. Формула Эйлера. Основная теорема алгебры.
- 14 Дать определение однородных линейных дифференциальных уравнений n -ого порядка с постоянными коэффициентами. Характеризовать общие свойства решений линейного дифференциального уравнения n -ого порядка.

- 15 Описать и продемонстрировать метод Эйлера интегрирования дифференциального уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами. Дать определение характеристического уравнения. Привести общее решение в случае простых вещественных корней характеристического уравнения.
- 16 Объяснить и продемонстрировать общее решение однородного линейного дифференциального уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами в случае простых комплексных корней характеристического уравнения.
- 17 Объяснить и продемонстрировать общее решение однородного линейного дифференциального уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами в случае кратных вещественных корней характеристического уравнения.
- 18 Объяснить общее решение однородного линейного дифференциального уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами в случае кратных комплексных корней характеристического уравнения.
- 19 Дать определение неоднородных линейных дифференциальных уравнений n -ого порядка с постоянными коэффициентами. Привести общее решение и частное решение для правой части вида $f(t)e^{at}$, где $f(t)$ – многочлен, методом неопределенных коэффициентов.
- 20 Дать определение неоднородных линейных дифференциальных уравнений n -ого порядка с постоянными коэффициентами. Описать организацию построения общего решения и частного решения для правой части вида $e^{at} * (f(t)*\cos(bt) + g(t)*\sin(bt))$, где $f(t)$, $g(t)$ – многочлены, методом неопределенных коэффициентов.
- 21 Рассмотреть и продемонстрировать метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа) для построения частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
- 22 Дать определение системы обыкновенных дифференциальных уравнений, автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, положения равновесия, точки покоя
- 23 Привести пример системы дифференциальных уравнений, описывающей отношения «хищник-жертва».
- 24 Характеризовать модели Лотки-Вольтерра. Привести примеры.
- 25 Дать определение структурной устойчивости решений системы дифференциальных уравнений.
- 26 Дать геометрическую интерпретацию решения однородного дифференциального уравнения второго порядка на фазовой плоскости. Дать определение фазового портрета дифференциального уравнения второго порядка: седло, узел, фокус. Дать определение устойчивости и неустойчивости положения равновесия. Сформулировать достаточное условие устойчивости положения равновесия.
- 27 Дать определение понятия устойчивости и неустойчивости положения равновесия однородного линейного дифференциального уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами. Сформулировать достаточное условие устойчивости положения равновесия однородного линейного дифференциального уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами
- 28 Объяснить понятие устойчивости, понятие диссипативных и консервативных систем.
- 29 Сделать обзор численных методов решения дифференциальных уравнений. Характеризовать способ Эйлера – Коши. Привести геометрическую интерпретацию метода.
- 30 Дать определение дифференциальных динамических моделей.
- 31 Дать определение и привести ланчестерские модели.
- 32 Характеризовать качественные методы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Рассмотреть элементы теории бифуркации динамических систем, элементы теории катастроф.

- 33 Дать определение бифуркации положений равновесия динамической системы. Привести пример: модель рыболовства, модель «утечки мозгов». Обсудить перспективы использования теории катастроф.
- 34 Классифицировать бифуркации.
- 35 Привести примеры модели равновесия.
- 36 Характеризовать динамические модели Кейнса.
- 37 Характеризовать неоклассическую модель роста.
- 38 Характеризовать модель Солоу.
- 39 Характеризовать модель динамики производства с нелинейными производственными функциями.
- 40 Дать определение разностного уравнения.
- 41 Дать определение системы разностных уравнений.
- 42 Объяснить дискретное дифференцирование.
- 43 Объяснить понятие лагирования. Привести примеры модели распределенной авто-регрессии.
- 44 Привести примеры решения разностных уравнений.
- 45 Сделать обзор организации решения разностных уравнений с помощью пакетов математического моделирования.

Шкала оценивания.

Оценка результатов производится на основе балльно-рейтинговой системы (БРС). Использование БРС осуществляется в соответствии с приказом от 28 августа 2014 г. №168 «О применении балльно-рейтинговой системы оценки знаний студентов». БРС по дисциплине отражена в схеме расчетов рейтинговых баллов (далее – схема расчетов). Схема расчетов сформирована в соответствии с учебным планом направления, согласована с руководителем научно-образовательного направления, утверждена деканом факультета. Схема расчетов доводится до сведения студентов на первом занятии по данной дисциплине и является составной частью рабочей программы дисциплины и содержит информацию по изучению дисциплины, указанную в Положении о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся в РАНХиГС.

На основании п. 14 Положения о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся в РАНХиГС в институте принята следующая шкала перевода оценки из многобалльной системы в пятибалльную:

Таблица 4.4

| Количество баллов | Оценка | |
|-------------------|-------------------|--------|
| | прописью | буквой |
| 96-100 | отлично | А |
| 86-95 | отлично | В |
| 71-85 | хорошо | С |
| 61-70 | хорошо | Д |
| 51-60 | удовлетворительно | Е |

4.4. Методические материалы

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций, включают в себя:

- комплект тестовых заданий по темам дисциплины,
- основания для снижения количества баллов в диапазоне от max до min,

– указания для допуска к экзамену по дисциплине. Методические материалы в виде презентаций размещены в Ресурсах сети СЗИУ в STUDBOX в папке кафедры ЭиФ.

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Рабочей программой дисциплины предусмотрены следующие виды аудиторных занятий: лекции, практические занятия, контрольные работы. На лекциях рассматриваются наиболее сложный материал дисциплины. Лекция сопровождается презентациями, компьютерными текстами лекции, что позволяет студенту самостоятельно работать над повторением и закреплением лекционного материала. Для этого студенту должно быть предоставлено право самостоятельно работать в компьютерных классах в сети Интернет.

Практические занятия предназначены для самостоятельной работы студентов по решению конкретных задач дискретно математики. Ряд практических занятий проводится в компьютерных классах с использованием Excel. Каждое практическое занятие сопровождается домашними заданиями, выдаваемыми студентам для решения внеаудиторное время. Для оказания помощи в решении задач имеются тексты практических заданий с условиями задач и вариантами их решения.

С целью контроля сформированности компетенций разработан фонд контрольных заданий. Его использование позволяет реализовать балльно-рейтинговую оценку, определенную приказом от 28 августа 2014 г. №168 «О применении балльно-рейтинговой системы оценки знаний студентов».

Для активизации работы студентов во время контактной работы с преподавателем отдельные занятия проводятся в интерактивной форме. В основном, интерактивная форма занятий обеспечивается при проведении занятий в компьютерном классе. Интерактивная форма обеспечивается наличием разработанных файлов с заданиями, наличием контрольных вопросов, возможностью доступа к системе дистанционного обучения, а также к тестеру.

Для работы с печатными и электронными ресурсами СЗИУ имеется возможность доступа к электронным ресурсам. Организация работы студентов с электронной библиотекой указана на сайте института (странице сайта – «Научная библиотека»).

Контрольные вопросы для подготовки к занятиям

Таблица 5

| № п/п | Наименование темы или раздела дисциплины | Контрольные вопросы для самопроверки |
|-------|---|--|
| 1 | Тема 1. Введение. Дифференциальные уравнения 1-го порядка (ДУ-1). | <ol style="list-style-type: none"> 1. Какое уравнение называется обыкновенным дифференциальным уравнением. 2. Решением обыкновенного дифференциального уравнения является число или функция? 3. Как называется геометрический образ решения дифференциального уравнения? 4. Могут ли решения (траектории) дифференциального уравнения пересекаться? 5. В чем смысл универсальности математических моделей динамических систем? 6. Какие функции Maple позволяют построить аналитическое решение линейного неоднородного уравнения первого порядка? |
| 2 | Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков | <ol style="list-style-type: none"> 1. Фундаментальная система решений и общее решение линейного однородного дифференциального уравнения n-го порядка? 2. Как свести решение линейного однородного уравне- |

| | | |
|---|---|--|
| | | <p>ния n-го порядка с постоянными коэффициентами к алгебраическому уравнению n-го порядка?</p> <p>3. Подстановка Эйлера? Метод Эйлера решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами?</p> <p>4. Частное и общее решение линейного однородного дифференциального уравнения n-го порядка?</p> <p>5. Вынужденные колебания динамических систем? Резонанс?</p> <p>6. Какие функции Maple позволяют построить аналитическое решение линейного неоднородного уравнения n-го порядка?</p> |
| 3 | Тема 3. Системы дифференциальных уравнений | <p>1. Как свести линейное дифференциальное уравнение n-го порядка к системе дифференциальных уравнений.</p> <p>2. Как выглядят фазовые портреты: седло, узел, фокус. Укажите достоинства и недостатки.</p> <p>3. Какие функции Maple позволяют построить аналитическое решение линейной системы дифференциальных уравнений n-го порядка?</p> <p>4. Каковы функции Maple позволяющие построить фазовые портреты динамических систем?</p> |
| 4 | Тема 4. Качественные методы теории дифференциальных уравнений | <p>1. Что означает устойчивость и неустойчивость положения равновесия?</p> <p>2. Что такое бифуркация, катастрофа и точка «невозврата»?</p> <p>3. Какие примеры использования теории катастроф вы знаете?</p> |
| 5 | Тема 5. Примеры дифференциальных динамических моделей | <p>1. В чем смысл универсальности математических моделей динамических систем?</p> |
| 6 | Тема 6. Разностные уравнения | <p>1. Как перейти от модели, описываемой дифференциальным уравнением, к эквивалентной модели, описываемой разностным уравнением и наоборот?</p> <p>2. Какая подстановка позволяет свести решение линейного разностного уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами к алгебраическому уравнению n-го порядка</p> |

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература.

1. Высшая математика для экономистов : учебник, рек. М-вом образования Рос. Федерации / [Н. Ш. Кремер и др.] ; под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - М. : ЮНИТИ, 2014. - 479 с.
2. Кириллов А. Л. Введение в математический анализ элементарных функций : [учеб. пособие] / А. Л. Кириллов. - СПб. : Изд-во СЗАГС, 2008. - 175 с.
3. Клоков В. И. Инвестиции : учеб. пособие / В. И. Клоков. - СПб. : Изд-во СЗАГС, 2009. - 199 с.
4. Смирнов В. Курс высшей математики: учебник. Том I-IV. - 24-е изд. [Электронный ресурс]. - СПб. : БХВ-Петербург, 2010. - 848 с.
5. Чесноков Е. А. Основы математического анализа : учеб. пособие / Е. А. Чесноков. - СПб. : Изд-во СЗАГС, 2010. - 177 с.

Все источники основной литературы взаимозаменяемы.

6.2. Дополнительная литература.

1. Бермант А. Ф. Краткий курс математического анализа : учеб. пособие, рек. М-вом образования Рос. Федерации / А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. - изд. 16-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань, 2010. - 736 с.
2. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов : учеб. пособие / Г. С. Бараненков [и др.] ; под ред. Б. П. Демидовича. - М. : АСТ [и др.] ; Владимир : ВКТ, 2010. - 495 с.

3. Минюк С. А. Дифференциальные уравнения и экономические модели : учеб. пособие для вузов / С. А. Минюк, Н. С. Берёзкина. - Минск : Вышэйшая школа, 2007. - 141 с.

4. Практикум по математике : I курс : [учеб. пособие] / [сост. А. Л. Кириллов, В. И. Клоков, С. В. Полянская]. - СПб. : Изд-во СЗАГС, 2009. - 99 с.

5. Сборник задач по высшей математике с контрольными работами : 1 курс : линейная алгебра, аналитическая геометрия, основы математического анализа, комплексные числа / К. Н. Лунгу [и др.]. - 9-е изд. - М. : Айрис-пресс, 2011. - 575 с.

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

1. Положение об организации самостоятельной работы студентов федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации» (в ред. приказа РАНХиГС от 11.05.2016 г. № 01-2211);

6.4. Нормативные правовые документы.

Не используются

6.5. Интернет-ресурсы.

СЗИУ располагает доступом через сайт научной библиотеки <http://nwapr.spb.ru/> к следующему подписным электронным ресурсам:

Русскоязычные ресурсы

Электронные учебники электронно - библиотечной системы (ЭБС) «Айбукс»

Электронные учебники электронно – библиотечной системы (ЭБС) «Лань»

Рекомендуется использовать следующий интернет-ресурсы

<http://serg.fedosin.ru/ts.htm>

<http://window.edu.ru/resource/188/64188/files/chernyshov.pdf>

6.6. Иные источники.

Не используются.

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Все практические занятия проводятся в компьютерном классе. Учебная дисциплина включает использование программного обеспечения Microsoft Excel, Microsoft Word, Microsoft Power Point для подготовки текстового и табличного материала, графических иллюстраций. Для формирования навыков использования систем моделирования используется пакет программы Maple.

Методы обучения с использованием информационных технологий (компьютерное тестирование, демонстрация мультимедийных материалов).

Интернет-сервисы и электронные ресурсы (поисковые системы, электронная почта, профессиональные тематические чаты и форумы, системы аудио и видео конференций, онлайн энциклопедии, справочники, библиотеки, электронные учебные и учебно-методические материалы).

Система дистанционного обучения Moodle.

| № п/п | Наименование |
|-------|--|
| 1. | Компьютерные классы с персональными ЭВМ, объединенными в локальные сети с выходом в Интернет |
| 2. | Мультимедийные средства в каждом компьютерном классе и в лекционной аудитории |
| 3. | Браузер, сетевые коммуникационные средства для выхода в Интернет |
| 4. | Система дистанционного обучения Moodle |
| 5. | Облачные технологии Google Collab, Loginom |